

Periphere Produktion von Proton-Antiproton-Paaren
in der Reaktion $\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n$ bei 18.8 und 9.8 GeV Laborimpuls

Jürgen Meißburger

München 1974

Periphere Produktion von Proton-Antiproton-Paaren
in der Reaktion $\pi^- p \rightarrow p\bar{p} n$ bei 18.8 und 9.8 GeV Laborimpuls

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Jürgen Meißburger
München, 24. September 1974

1. Berichterstatter: Prof. Dr. H. P. Dürr

2. Berichterstatter: Prof. Dr. A. Staude

Tag der mündlichen Prüfung: 13.12.1974

Vorsitzender: Prof. Dr. U. Meyer-Berkhout



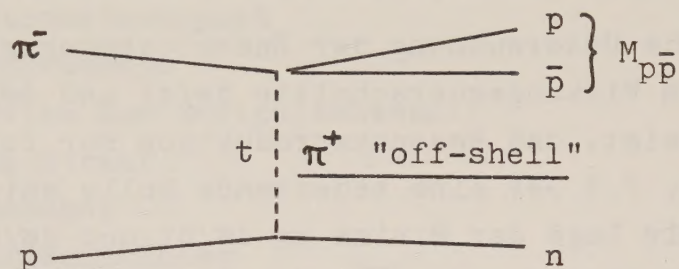
Zusammenfassung =====

In einem Funkenkammerexperiment bei 18.8 und 9.8 GeV Laborimpuls wurden insgesamt 24500 Ereignisse der Reaktion

$$\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n$$

bei kleinen p-n-Viererimpulsüberträgen gemessen und differentielle Wirkungsquerschnitte bestimmt.

Verschiedene Tests zeigen, daß Einpionenaustausch nach folgendem Graphen



die periphere $p\bar{p}$ -Produktion in dieser Reaktion bei beiden Laborenergien dominiert:

- 1) Die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts ist konsistent mit der Vorhersage des Einpionenaustauschmodells.
- 2) Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ wird im beobachteten t-Bereich $t \leq 1 \text{ GeV}^2$ durch die Chew-Low-Gleichung und Dürr-Pilkuhn-Formfaktor am unteren Vertex beschrieben.
- 3) Die durch eine Polextrapolation in diesem Experiment und die nach dem Prinzip des detaillierten Gleichgewichts aus $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Annihilationsdaten bestimmten $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ on-shell-Wirkungsquerschnitte sind gleich.
- 4) Die Struktur der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung in diesem Experiment stimmt mit der in $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Experimenten beobachteten Winkelverteilung überein. Die Verteilung des Treiman-Yang-Winkels φ ist annähernd isotrop.

Eine Momentenanalyse der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung zeigt gerad- und ungeradzahlige $m=0$ -Momente bis zur Ordnung $l_{\max} = 10$, die eine rasche Variation mit der invarianten $p\bar{p}$ -Masse aufweisen. Eine Interpretation durch Resonanzen des $p\bar{p}$ -Systems in einer massenabhängigen Partialwellenanalyse liefert mehrere Zustände mit Spin $1 \leq J \leq 5$ und Breiten von einigen hundert MeV unterhalb der φ -Trajektorie. Dies erklärt die Form des $p\bar{p}$ -Massenspektrums, das nur ein breites Maximum bei ca. 2.1 GeV Masse, jedoch keine schmalen Resonanzstrukturen aufweist. Die Beobachtung breiter Resonanzen hoher Masse und relativ niedrigen Spins ist charakteristisch für Nukleon-Antinukleon-Systeme, in denen Resonanzbildung auf der φ -Trajektorie durch Zentrifugaleffekte verhindert wird.

Die Untersuchung der Energieabhängigkeit der differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt$ und $d\sigma/du$ im Kanal $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ zeigt, daß Resonanzproduktion nur für den Massenbereich bis ca. 2.5 GeV eine bedeutende Rolle spielt.

Die Lage der Minima in $d\sigma/dt$ und $d\sigma/du$ als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} = M_{p\bar{p}}$ folgt annähernd dem in einem Modell von R. Odorico geforderten Verlauf $u=\text{const.}$ oder $s-t = \text{const.}$ Der erwartete Zusammenhang mit den in der elastischen πp -Streuung beobachteten Strukturen ist jedoch nicht gegeben.

Die Daten dieses Experiments machten es möglich, einige wichtige Grundprinzipien und phänomenologische Modelle der Hochenergiephysik quantitativ zu testen. Darüber hinaus bietet das Studium des Nukleon-Antinukleon-Systems in einem Produktionsexperiment Gelegenheit, massenabhängige Strukturen von der Schwelle $2m_p$ an über einen weiten Massenbereich zu untersuchen und Informationen über Mesonresonanzen auf tieferliegenden Trajektorien zu erhalten. Experimente mit höherer Statistik, eventuell am polarisierten Target, und die ergänzende Messung des Isospin 1 $\bar{p}n$ -Kanals könnten hier einen weiterführenden Beitrag leisten.

Inhaltsverzeichnis

=====

Seite

A)	Einleitung	
I)	Die Reaktion $\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n$	1
II)	Experimentelle Ausgangssituation	3
B)	Der experimentelle Aufbau	
I)	Der Pionenstrahl	5
II)	Das Target	6
III)	Das Spektrometer für die Sekundärteilchen	6
1)	Der Spektromettermagnet	7
2)	Die Funkenkammern	7
IV)	Das Zählersystem zur Ereignisauswahl	9
1)	Zähler im Strahl	9
2)	Zählerhodoskop	9
3)	Antikoinzidenzzähler	9
4)	Čerenkov-Hodoskop	10
V)	Schnelle Elektronik und Datenübertragung	13
1)	Selektion der Ereignisse	13
2)	Datenerfassung	15
C)	Die Datenanalyse	
I)	Geometrische Rekonstruktion	17
II)	Reaktionskinematik	19
III)	Meßgenauigkeit	20
IV)	Geometrische Akzeptanz	21
1)	Monte Carlo-Methode	22
2)	Rotationsmethode	22
3)	Ergebnisse	23
V)	Konfigurationsabhängige Verluste	24
1)	Delta-Elektronen im Target	24
2)	Sekundärwechselwirkung im Target	24
3)	Neutronwechselwirkung	25
VI)	Globale Verluste	26

Inhaltsverzeichnis cont.
=====

Seite

VII)	Auswahlkriterien für gute Ereignisse	29
	1) Strahldispersion und fehlende Masse	30
	2) Teilchenidentifikation im Čerenkovhodoskop	31
VIII)	Datenauswahl im 9.8 GeV-Experiment	32
D) Ergebnisse		
I)	Der absolute Wirkungsquerschnitt	33
	1) Berechnung der Wirkungsquerschnitte	33
	2) Energieabhängigkeit	35
II)	Das $p\bar{p}$ -Massenspektrum	36
	1) Energieverteilung im $p\bar{p}n$ -Endzustand	36
	2) Die invariante $p\bar{p}$ -Masse	36
	3) Vergleich mit $p\bar{n}$ -Massenspektrum	38
III)	Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$	41
IV)	Der on-shell $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Wirkungsquerschnitt	44
	1) Durchführung der Polextrapolation	44
	2) Vergleich mit der Umkehrreaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$	48
V)	Die $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung	49
	1) Winkelverteilung im $p\bar{p}$ -Schwerpunktsystem	50
	2) Momentenanalyse	51
	3) Diskussion und Vergleich mit der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$	54
VI)	Partialwellenanalyse der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung	59
	1) Durchführung der Analyse	59
	2) Ergebnisse und Diskussion	61
VII)	Der differentielle Wirkungsquerschnitt im $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Kanal	63
	1) Energieabhängigkeit	64
	2) Lage der Minima	65

A n h a n g

=====

- A) Differentieller Wirkungsquerschnitt
und Polextrapolation;
Gewichtete t-Verteilung und OPE-Vorhersage
- B) $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ on-shell-Wirkungsquerschnitt aus
detailliertem Gleichgewicht
- C) Quantenzahlen einiger Zweiteilchenzustände
- D) Momentenanalyse der Winkelverteilung
(χ^2 -Methode)
- E) Momente der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung
- F) Partialwellendarstellung der Momente
der $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Winkelverteilung
- G) Partialwellenzerlegung der $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -
Winkelverteilung (Drehimpulsdarstellung)
- H) Lage der Minima im differentiellen
Wirkungsquerschnitt der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$

Literaturverzeichnis

Lebenslauf



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555210_0012

A) Einleitung

Die vorliegende Arbeit beschreibt ein Experiment, das im Jahre 1971 am Protonen-Synchrotron des Europäischen Kernforschungszentrums CERN in Genf zusammen mit einer Reihe ähnlicher Experimente¹⁻⁷⁾ von einer Gruppe des CERN und des Max-Planck-Instituts für Physik in München durchgeführt wurde. Ziel dieses Experimentes war es, die periphere Produktion von Proton-Antiproton-Paaren in der Reaktion

$$\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n \quad (1)$$

bei hoher Laborenergie und erstmals mit einer für Aussagen über differentielle Wirkungsquerschnitte ausreichenden Statistik zu beobachten.

I) Die Reaktion $\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n$

Ein wesentlicher Beitrag zur Erforschung der Bosonresonanzen und zum Verständnis elastischer und inelastischer $\pi\pi$ -Streuung wurde in den letzten Jahren durch Experimente des Typs $\pi^- p \rightarrow (X \rightarrow \pi\pi, K\bar{K} \dots) n$ mit hoher Statistik geleistet. Dabei zeigte sich bei höheren Energien (E_{Lab} größer einige GeV), daß die Produktion der auslaufenden Mesonzustände überwiegend peripher, d.h. mit kleinen Viererimpulsüberträgen zum Targetnukleon erfolgt. Das gleiche Verhalten wird in diesem bei 18.8 und 9.8 GeV Laborimpuls durchgeführten Experiment beobachtet: Das auslaufende $p\bar{p}$ -System wird bevorzugt in Vorwärtsrichtung bei kleinem Viererimpulsübertrag $\sqrt{t}$ (t positiv im physikalischen Bereich) erzeugt.

Zur Erklärung der peripheren Produktion wurde bereits 1955 von F.J.Dyson⁸⁾ ein Modell vorgeschlagen, das die Wechselwirkung als Resonanzstreuung des einlaufenden Pions an einem virtuellen Pion aus der das Nukleon umgebenden "Pionenwolke" beschreibt. Einige Aussagen dieses Einpionenaustausch (OPE) - Modells, z. B. die t -Abhängigkeit des Wirkungsquer-

schnitts oder das Fehlen einer Winkelkorrelation zwischen Nukleon- und Pionvertex, lassen sich experimentell leicht überprüfen und definieren so den Gültigkeitsbereich des Modells für eine gegebene Reaktion. Wie die quantitative Formulierung des Modells zeigt, hängt der Produktionswirkungsquerschnitt für kleine t wie $t/(t+m_\pi^2)^2$ vom Viererimpulsübertrag ab. Für $t \rightarrow 0$ wird folglich der Eipionenaustausch den überwiegenden Beitrag zum Produktionsprozeß liefern und Beiträge konkurrierender Austauschprozesse werden vernachlässigbar. Nach einem Vorschlag von Goebel⁹⁾ und Chew und Low¹⁰⁾ ist es dann möglich, den bei kleinen positiven t -Werten gemessenen Wirkungsquerschnitt als Funktion von t nach dem Pionpol bei $t = -m_\pi^2$ zu extrapolieren und so den nicht direkt meßbaren Wirkungsquerschnitt für reelle $\pi\pi$ -Streuung, in unserem Falle für den inelastischen Kanal $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ zu bestimmen. Weiterhin läßt sich hieraus nach dem Prinzip des detaillierten Gleichgewichts der Wirkungsquerschnitt der durch Zeitumkehr damit verbundenen Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ berechnen und für gegebene invariante $p\bar{p}$ -Masse mit existierenden Daten dieser Reaktion bei gleicher Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} = M_{p\bar{p}}$ vergleichen. (Ein solcher Vergleich wurde 1970 von O. Piccioni in einem AGS-proposal vorgeschlagen).

Das System Proton-Antiproton, das in diesem Experiment bis ca. 3.2 GeV invarianter Masse beobachtet wird, bildet eine brauchbare Basis zum Studium schwerer Bosonresonanzen mit Massen oberhalb zwei Nukleonmassen. Erfolgt die Produktion durch π -Austausch, so reduziert sich die Zahl der möglichen Zustände wegen Paritätserhaltung auf Tripletzustände $S=1$ natürlicher Parität mit $G = +$ und $C=P$. Damit sind Isospin und Spin/Parität wegen $(-1)^I = P = C = (-1)^J$ wie folgt gekoppelt¹¹⁾:

$$\begin{array}{lll} I = 0 & : & J^{PC} = 2^{++}, 4^{++}, \dots \text{ usw.} \\ I = 1 & : & J^{PC} = 1^{--}, 3^{--}, 5^{--}, \dots \text{ usw.} \end{array}$$

Um mögliche Resonanzen des Nukleon-Antinukleon-Systems aufzufinden und Resonanzparameter zu bestimmen, ist eine Partial-

wellenanalyse der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung nach diesen Zuständen erforderlich. Dabei kommen die Vorteile eines Produktionsexperimentes wie Reaktion (1) gegenüber $p\bar{p}$ -Formationsexperimenten bei der Untersuchung massenabhängiger Strukturen zur Geltung: Das Produktionsexperiment liefert Daten im Schwellenbereich, der in der $p\bar{p}$ -Streuung wegen der niedrigen Laborimpulse nur schwierig zu messen ist. Bei höheren $p\bar{p}$ -Massen wird der steile Abfall des $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitts durch einen Faktor $\sim M_{p\bar{p}}^3$ in der $p\bar{p}$ -Produktion durch Einpionaus-tausch kompensiert (Chew-Low-Gleichung und detailliertes Gleichgewicht). Schließlich entfallen auch die Normalisierungsprobleme durch Variation des Strahlimpulses in $p\bar{p}$ -Formationsexperimenten, da der gesamte $p\bar{p}$ -Massenbereich bei fester Labor-energie beobachtet werden kann.

II) Experimentelle Ausgangssituation

Während in den letzten Jahren eine größere Zahl von $p\bar{p}$ -Annihilationsexperimenten bei verschiedenen Energien und mit teilweise guter Statistik durchgeführt wurden¹²⁾, wurde die Reaktion (1) bisher nur in drei Experimenten mit bescheidener Statistik bzw. hohem Untergrund beobachtet. Ein Blasen-kammerexperiment¹³⁾ bei 8 GeV Laborimpuls erbrachte 154 gute Ereignisse, aus denen ein totaler Wirkungsquerschnitt von $97 \pm 26 \mu\text{b}$ bei ca. 40% Untergrund bestimmt wurde. In zwei Funkenkammerexperimenten^{14,15)} bei 15 bzw. 6 GeV Laborimpuls wurden unter anderem $p\bar{p}n$ -Endzustände beobachtet und rohe, nicht nach Akzeptanz korrigierte $p\bar{p}$ -Massenspektren bei ebenfalls beträchtlichem Untergrund angegeben.

Bei dem vorliegenden Experiment handelt es sich um ein Funkenkammerexperiment, bei dem die Impulse der in Vorwärts-richtung auslaufenden Protonen und Antiprotonen in einem Magnetspektrometer hoher Akzeptanz gemessen werden. Das Neutron wird nicht direkt beobachtet, sondern als fehlende Masse kinematisch identifiziert.

Der totale Wirkungsquerschnitt für π^-p -Streuung beträgt bei 18.8 GeV Laborimpuls 25.3 mb¹⁶⁾; davon entfallen ca. 300 μ b auf den $\pi^+\pi^-n$ -Endzustand, der rund 85% aller Dreiteilchenendzustände ausmacht. Im Rest sind neben K^+K^-n die interessierenden $p\bar{p}n$ -Endzustände enthalten, die es folglich aus einem mehr als tausendfachen "Untergrund" zu selektieren gilt. Da eine kinematische Separation der $\pi\pi$, KK - und $p\bar{p}$ -Systeme auf Grund unterschiedlicher fehlender Masse bei Laborenergien oberhalb ca. 10 GeV wegen der begrenzten Meßgenauigkeit nicht mehr möglich ist, wurden in diesem Experiment bei 18.8 GeV Laborimpuls zwei Gas-Čerenkovhodoskope zur Unterdrückung der Reaktionen mit sekundären π - oder K-Mesonen benutzt.

Außer bei 18.8 GeV wurden Daten der gleichen Reaktion (1) bei 9.8 GeV Laborimpuls gemessen und analysiert. Die Messung erfolgte im gleichen Spektrometer, jedoch stand nur ein Čerenkovhodoskop zur Unterdrückung von Pion-Endzuständen zur Verfügung. Die Trennung von $K\bar{K}n$ und $p\bar{p}n$ -Endzuständen erfolgte durch einen Schnitt in der Verteilung des Quadrates der fehlenden Masse. Der Gang der Analyse des 9.8 GeV-Experimentes unterscheidet sich nur geringfügig von der hier ausführlich beschriebenen Datenanalyse bei 18.8 GeV; es werden daher im folgenden nur einige wesentliche Punkte dieser Analyse und die im Rahmen eines Vergleichs bedeutsamen Ergebnisse bei 9.8 GeV berücksichtigt.

B) Der experimentelle Aufbau

I) Der Pionenstrahl

Der experimentelle Apparat bestand aus den Elementen des Strahlführungssystems, dem Wasserstofftarget, dem Spektromettermagneten mit den Funkenkammern zur Impulsmessung sowie dem Zählersystem zur Ereignisauswahl. Er war in der Osthalle des Genfer Protonen-Synchrotrons aufgebaut.

Der Pionenstrahl wurde vom externen Wolframtarget über eine Länge von 56.7 m durch magnetische Quadrupollinsen und Ablenkmagneten auf das Wasserstofftarget des Experiments fokussiert; eine Korrektur auf chromatische Dispersion wurde nicht vorgenommen. Die wichtigsten Strahldaten zeigt Tab.1:

PS-Energie	24 GeV
Strahlimpuls	18.8 GeV mit $\sigma = \pm 1.5\%$
Dispersion am Targetort	4.3 mm für $\delta p/p = 1\%$
Strahldivergenz	$\delta \text{tg } x = \pm 9.5 \text{ mrad}$ $\delta \text{tg } y = \pm 4.0 \text{ mrad}$
Pionen pro PS-burst	ca. 26 000
mittl. Emissionsdauer	320 msec pro PS-burst
Repetitionsrate	0.4 sec^{-1}

Tab.1

Um bei 18.8 GeV Strahlimpuls noch eine ausreichende Strahlintensität zu erzielen, mußte mit weit geöffnetem Kollimator und großer Breite der Impulsverteilung gearbeitet werden.

Da der Strahl nach Impuls, nicht aber nach Masse der Teilchen separiert war, enthielt er außer Pionen noch Elektronen, Myonen, Kaonen und Antiprotonen. Während Elektronen und Myonen nicht stark wechselwirken und somit keinen Anlaß zu störenden Untergrundreaktionen geben, mußten Kaonen und Antiprotonen im Strahl sorgfältig unterdrückt werden. Dies geschah mittels zweier Gas-Schwellenčerenkovzähler (in CERN-Standard), deren Schwellenimpulse für Pionen, Kaonen und

Antiprotonen bei 5.7, 20.2 und 37.5 GeV im ersten (4 m lang, Füllung N_2 bei 1 atm) bzw. 3.5, 11.2 und 22.6 GeV im zweiten (3 m lang, Füllung Propan bei 0.8 atm) lagen.

Der Untergrund an Myonen aus dem Pionzerfall wurde in einem Eichexperiment durch Einführen eines Eisenblocks von 1.4 m Länge anstelle des Targets direkt gemessen; er betrug $2.4 \pm 2.0\%$. Der Elektronenanteil wurde durch Auspumpen der Čerenkovzähler aus den Zählraten zu ca. 0.4% bestimmt. Kaonen und Antiprotonen waren für jedes registrierte Ereignis durch die Čerenkovzähler markiert; ihr Anteil betrug $0.43 \pm 0.03\%$ und $0.04 \pm 0.01\%$.

Die Strahltrajektorien wurden zwischen dem zweiten Čerenkovzähler CB_2 (Fig.1) und dem Wasserstofftarget in einem aus drei Paketen mit je vier Kammern bestehenden Satz Drahtfunkenkammern W_1 (im folgenden kurz als "Arm 1" bezeichnet) gemessen. Ein Strahlspektrometer zur Impulsmessung war nicht vorgesehen.

II) Das Target

Als Protonentarget wurde ein mit flüssigem Wasserstoff gefüllter Mylarzylinder von 52 cm Länge und 6 cm Durchmesser benutzt, der in einem durch zwei 190 bzw. 250 μ starke Mylarfenster abgeschlossenen Vakuumkessel aufgehängt war. Aufbau und Transfersystem zur Füllung des Mylarzylinders aus einem Wasserstoff-Dewar entsprachen weitgehend CERN-Standard.

III) Das Spektrometer für die Sekundärteilchen

Das Impulsspektrometer bestand aus einem Magneten, der mit der Größe seiner Polöffnung wesentlich die geometrische Akzeptanz des Apparats bestimmte, und zwei Sätzen von Funkenkammern W_2 (Arm 2) und W_3 (Arm 3) zur Orts- und Richtungsbestimmung der Teilchen vor und nach Ablenkung im Magneten.

$\check{C}B_2, \check{C}_1, \check{C}_2$ = Gas - Čerenkovzähler
 $S_1, \dots, S_9$ = Szintillationszähler
 $W_1, \dots, W_3$ = Drahtfunkenkammern
 H_2 = Wasserstofftarget
 M = Spektrometermagnet

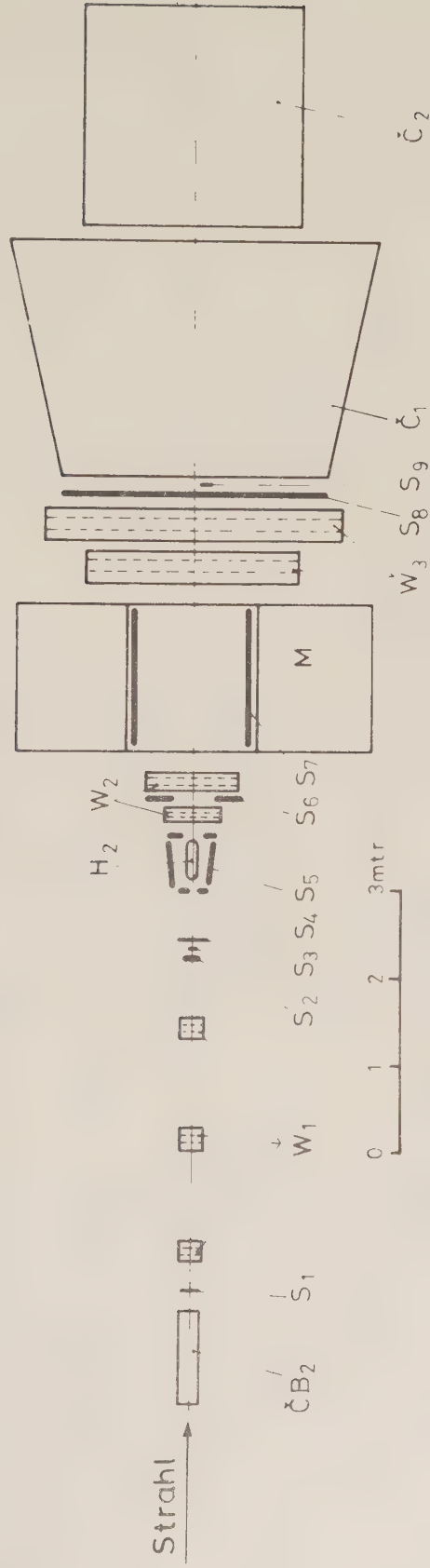


Fig. 1 Plan des Experimentes

1) Der Spektrometermagnet

Der Magnet war ein AEG-Spektrometermagnet mit Polschuhen von 150 cm Breite und 110 cm Länge bei einem Polabstand von 50 cm. Die Feldstärke der Hauptkomponente in y-Richtung (Fig.2) betrug im Magnetmittelpunkt 15.5 kGauss, das Feldintegral $\int B dl = 20 \text{ kGaussm}$. Der Feldverlauf in den drei Komponenten war an 30 000 Punkten eines Raumgitters mit einer Genauigkeit von 0.3% der Hauptkomponente vermessen worden¹⁷⁾. Das Feld wurde durch eine Thyristorregelung des Magnetstromes auf $\pm 0.5\%$ konstant gehalten und ständig durch Magnetstrommessung und unabhängig davon durch eine im Luftspalt installierte Hallprobe überwacht. Zwei ca. 16 cm starke Eisenplatten mit entsprechend den Magnetöffnungen ausgesparten Fenstern schirmten die magnetostriktiven Auslesesysteme der Funkenkammern gegen das Streufeld des Magneten ab.

2) Die Funkenkammern

Arm 2 und Arm 3 des Spektrometers bestanden aus je 2 mal 6 Funkenkammern, so daß mit Arm 1 insgesamt 36 Funkenkammern im Experiment installiert waren¹⁸⁾:

Arm	Zahl der Kammern	empfindl. Fläche	Ebenen- abstand	Typ	Drahtrichtung z. y-Achse	Draht- abstand
1	3x4	25x25 cm ²	8 mm	+	0°, $\pm 45^\circ$, 90°	1 mm
2 a	6	75x75 "	8 "	+	" " "	"
2 b	6	45x110 "	10 "	✓	0°, $\pm 30^\circ$	"
3 a	6	90x260 "	10 "	✓	" " "	"
b	6	90x360 "	10 "	✓	" " "	"

Tab.2

Alle Funkenkammern waren mit Cu-Be-Draht von 0.1 mm $\emptyset$ mit einer Positionsgenauigkeit von ± 0.1 mm bespannt und mit je 50 μ starker Mylar - und 25 μ Aklarfolie gasdicht abgedeckt. Als Kammergas wurde eine mit Isopropylalkohol bei 14° C ge-

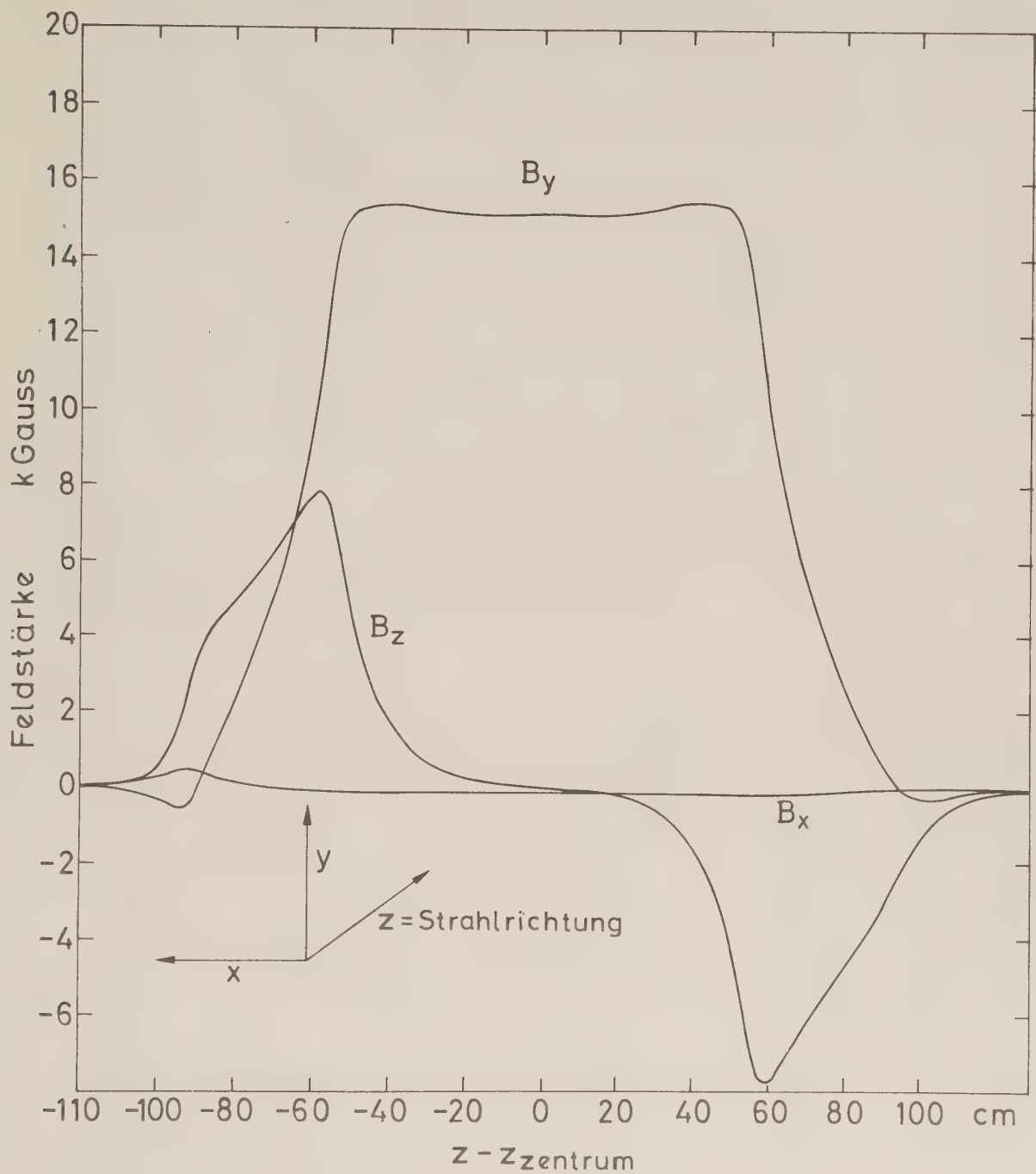


Fig. 2 Feldstärke als Funktion der z -Position bei $x = -48.0$ cm und $y = +20.0$ cm

sättigte Mischung aus 70% Neon und 30% Helium benutzt.

Ein besonderes Problem stellt das elektrische Impulsverhalten großer Funkenkammern dar. Um überall eine gleichmäßige Ansprechempfindlichkeit zu erhalten, müssen Form und Amplitude des angelegten Hochspannungsimpulses über die gesamte Kammerfläche konstant und die von den Funkenströmen zurückgelegten Wege möglichst unabhängig von der Funkenposition sein. Um dies zu erreichen, wurde die Hochspannung über mehrere - bis zu acht - parallele und mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossene 50 Ohm-Koaxialkabel auf zwei Seiten der Kammern symmetrisch über Lötleisten bzw. Koppelkapazitäten (Streifenkondensator mit ca. 4 pF je Draht) zugeführt (Fig.3). Ein ständig zwischen den Kammerebenen anliegendes Klärfeld von ca. 200 V/cm saugte Ionen und Elektronen früherer Teilchendurchgänge ab und reduzierte die mittlere Speicherzeit der Kammern auf etwa 2 μ sec.

Die Funkenpositionen wurden für jede Kammerebene magnetostriktiv (vormagnetisierter $0.5 \times 0.05 \text{ mm}^2$ Fe-Co-Draht) über Vorverstärker und zero-crossing-Diskriminatoren¹⁹⁾ ausgelesen und einem kommerziellen 30 MHz-Digitalisierungssystem (S.E.N. Spadac) zugeführt. Die minimal erfaßbare Laufzeit von 3.3×10^{-8} sec entsprach einer prinzipiellen Ortsauflösung von 0.16 mm.

Die tatsächlich erreichte Ortsauflösung in den großen Kammern wurde aus der Verteilung der Funkenabstände von geraden, nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate aus den Funkenpositionen rekonstruierten Spuren in Arm 3 bestimmt. Sie betrug $\sigma = 0.29 \text{ mm}$ für unter $0^\circ - 5^\circ$ zur Kammerebene geneigte Spuren, $\sigma = 0.44 \text{ mm}$ für solche unter $20^\circ - 30^\circ$ (Fig.4a).

Den über mehrere Kammern in Arm 3 gemittelten Wirkungsgrad, definiert als Verhältnis aus der Zahl der tatsächlich auf Spurtrajektorien liegenden und der Zahl der maximal möglichen Funken (= Zahl der Spuren x Zahl der Kammern), zeigt Fig.4b für den Bereich der Kammermitte. Über ein ganzes Experiment und alle Kammern gemittelt war er größer 98%.

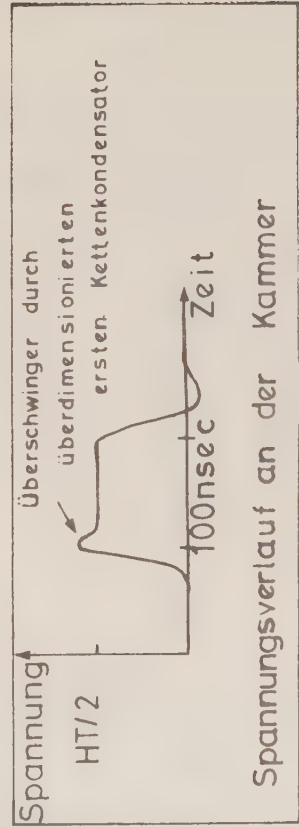
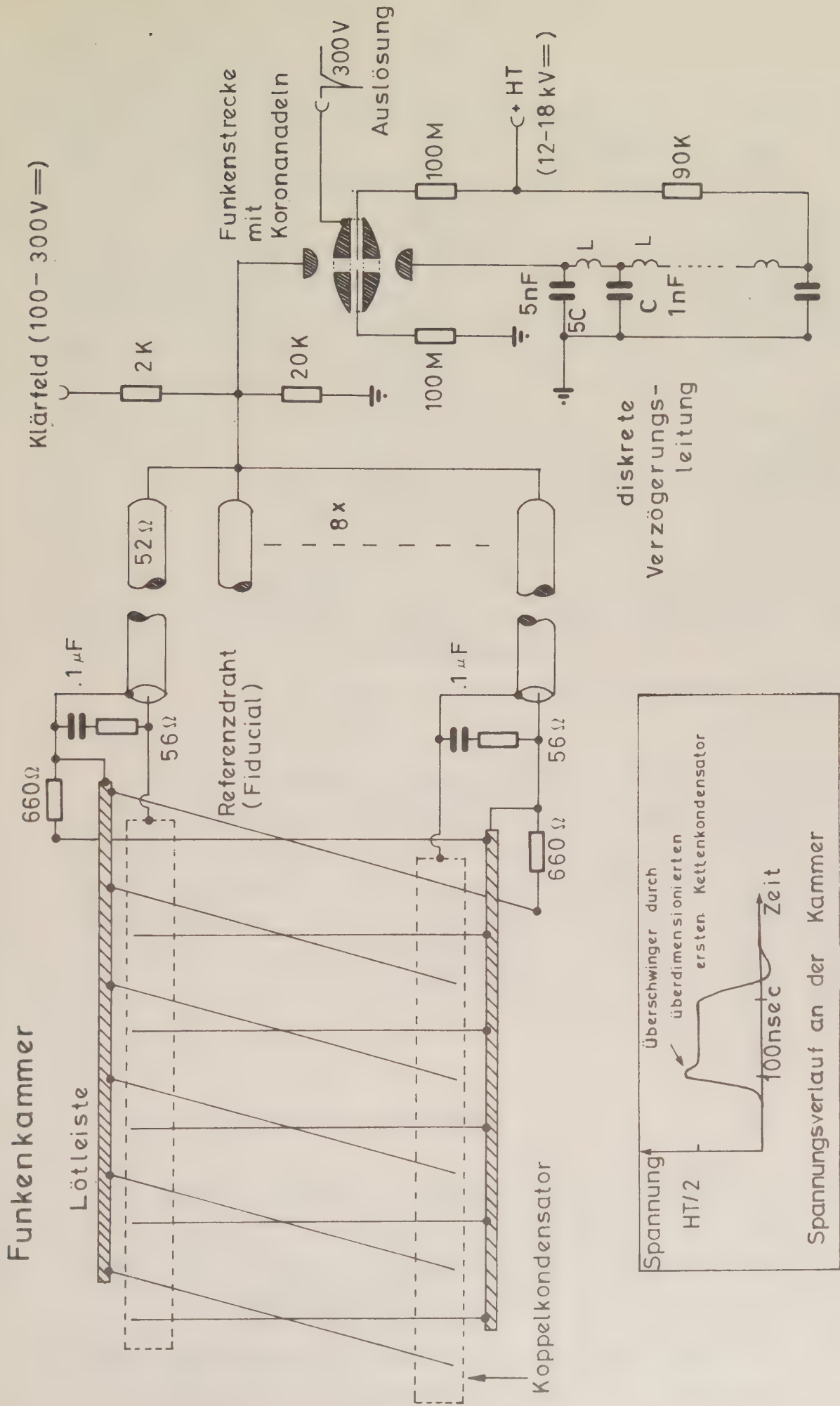
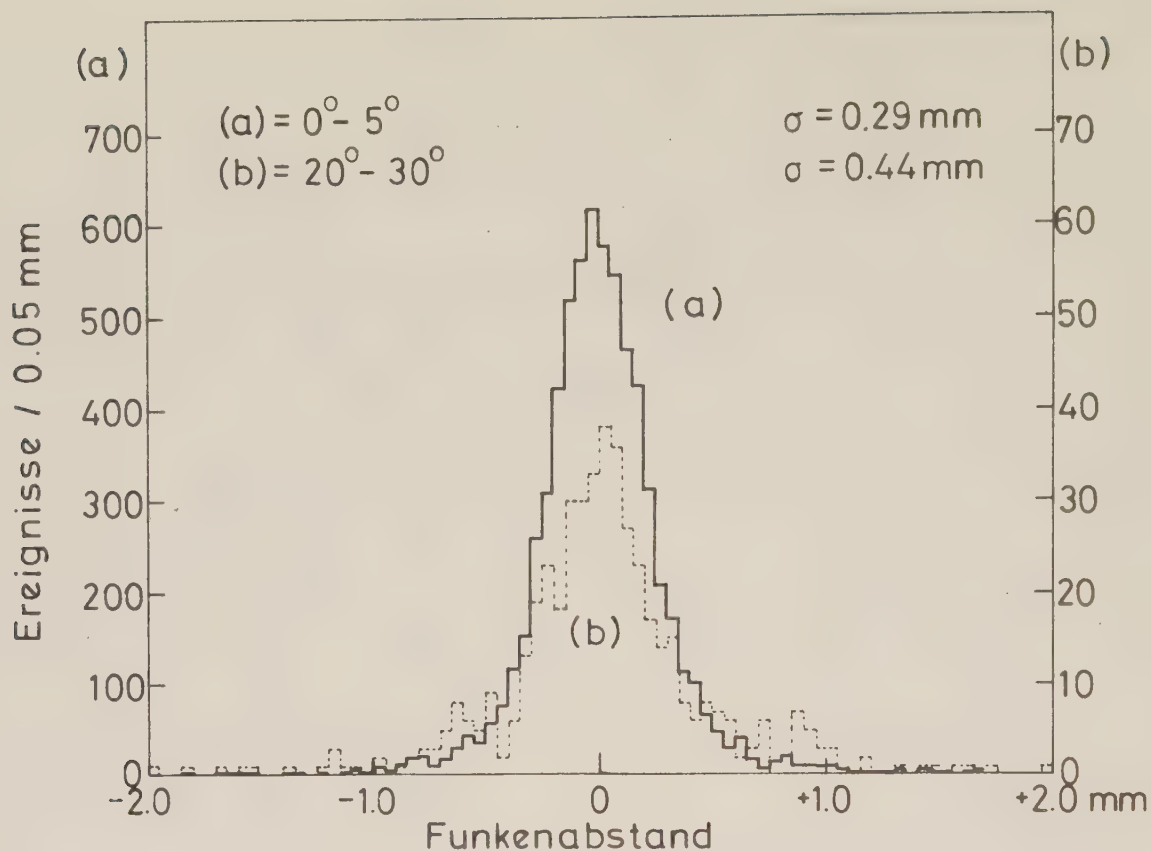
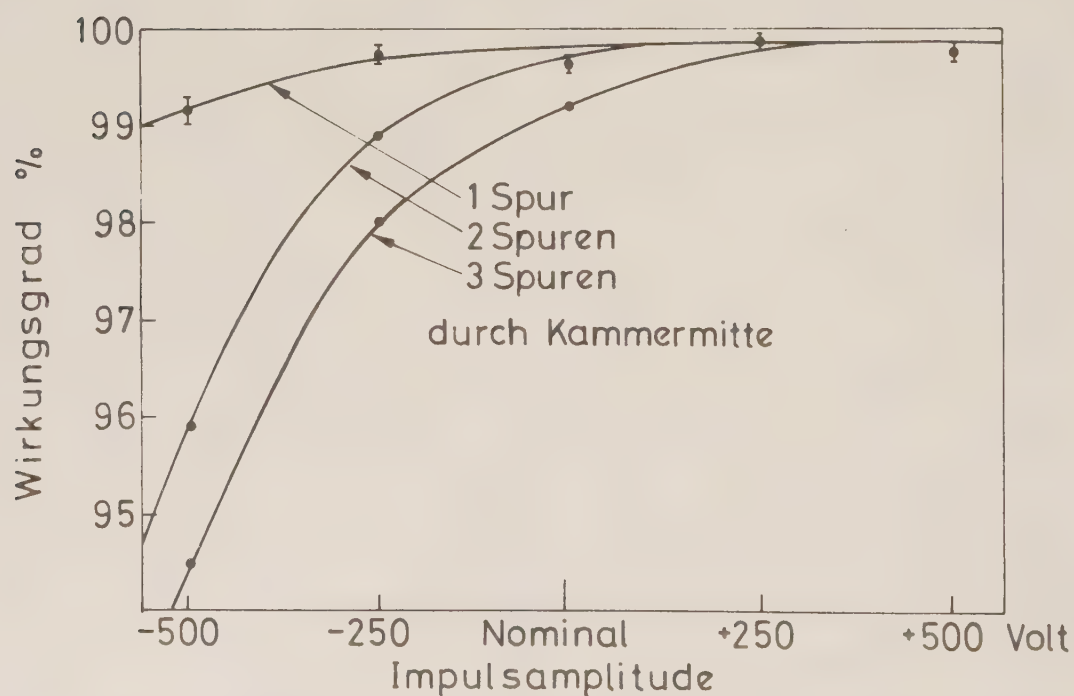


Fig. 3 Hochspannungsversorgung der Funkenkammern



a) Funkenabstände gerader Spuren



b) Wirkungsgrad als Funktion der Amplitude des angelegten Hochspannungsimpulses

Fig. 4 Ortsauflösung und Wirkungsgrad der grossen Funkenkammern (Arm 3)

IV) Das Zählersystem zur Ereignisauswahl

1) Zähler im Strahl

Ort und Zeitpunkt des Eintritts der primären Pionen in den Apparat waren durch vier im Strahl installierte Szintillationszähler S_1 bis S_4 (Fig.1) definiert. Sie dienten gleichzeitig zur Strahlkontrolle und zur Messung der Primärintensität. Die Dimensionen der Zähler zeigt die Tab.3:

Zähler	Dimension	Position	Schaltung
S_1	160x100x5 mm	hinter CB_2	Koinzidenz
S_2	100x100x5 mm	vor Target	"
S_3	30x30 x5 mm	"	"
S_4	250x250x5 mm Ø 26 mm Loch	"	Antikoinzidenz

Tab. 3

2) Zählerhodoskop

Geladene Sekundärteilchen wurden in einem Zählerhodoskop S_8 aus 32 Segmenten von $10 \times 100 \text{ cm}^2$ Fläche hinter dem Spektrometerarm 3 nachgewiesen. Jedes Hodoskopsegment bestand aus zwei hintereinanderliegenden, gleich großen Streifenszintillatoren, die zur Rauschunterdrückung in Koinzidenz geschaltet waren. Position und Abmessungen der Zähler waren so gewählt, daß der Verlust an Ereignissen, bei denen beide Sekundärteilchen durch das gleiche Hodoskopsegment liefen, möglichst gering blieb.

3) Antikoinzidenzzähler

Ein unmittelbar vor dem Wasserstoffbehälter des Targets installierter und mit einem Loch für den Strahleintritt versehener sowie zwei den Mylarbehälter schalenförmig umschliessende Szintillationszähler im Innern des Vakuumkessels unterdrückten Prozesse mit geladenen Sekundärteilchen (vor allem niederenergetische Protonen), die das Target nicht durch

das Austrittsfenster verlassen und somit nicht vom Spektrometer erfaßt werden konnten. Bei der Reaktion zusätzlich erzeugte neutrale Teilchen, vor allem langsame π_0 's, wurden über γ -Konversion in zehn den Vakuumbehälter umschließenden Bleisandwichzählern S_5 (je 6 Lagen Blei 5 mm und 6 Lagen Szintillator 5 mm, entsprechend ca. 4 γ -Konversionslängen Material) nachgewiesen. Ein weiteres Fenster aus vier solchen Zählern S_6 war zwischen erstem und zweitem Kammerpaket des Arms 2 aufgebaut. Der Tatsache, daß auch das auslaufende Neutron mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit in einem der Sandwichzähler ein Signal erzeugt, wurde durch ein weiter unten beschriebenes Korrekturverfahren Rechnung getragen.

Eintrittsfenster und Polflächen des Spektrometernagneten waren vollständig mit 22 Szintillationszählern abgedeckt. In Antikoinzidenz geschaltet verhinderten sie das Auslösen der Funkenkammern bei Reaktionen mit zusätzlichen γ -Quanten (π^0 -Zerfälle) oder geladenen Sekundärteilchen, die auf die Polschuhe des Magneten auftrafen.

Bei einem Wirkungsquerschnitt von 25.3 mb für die π^-p -Streuung durchlaufen ca. 94% der primären Pionen das Wasserstofftarget ohne Wechselwirkung. Durch Rauschen und Totzeit der Zähler, durch Zufallskoinzidenzen oder Untergrundaktivität von Zählern und Beschleuniger können solche Pionen die gewünschte Reaktion vortäuschen und die Funkenkammern auslösen. Sie wurden deshalb im Experiment durch zwei in Koinzidenz geschaltete, sich im Bereich der Strahltrajektorie hinter dem Zählerhodoskop auf 12.8x6 cm² überlappende Szintillationszähler S_9 unterdrückt.

4) Čerenkov - Hodoskop

Die auslaufenden Proton-Antiprotonzustände wurden mittels zweier Schwellen-Čerenkovzähler C_1 und C_2 identifiziert, die hodoskopartig in 2x7 bzw. 2x4 optische "Zellen" unterteilt waren. Fig.5 zeigt den prinzipiellen Aufbau der Zähler, die Tab.4 die wichtigsten technischen Daten:

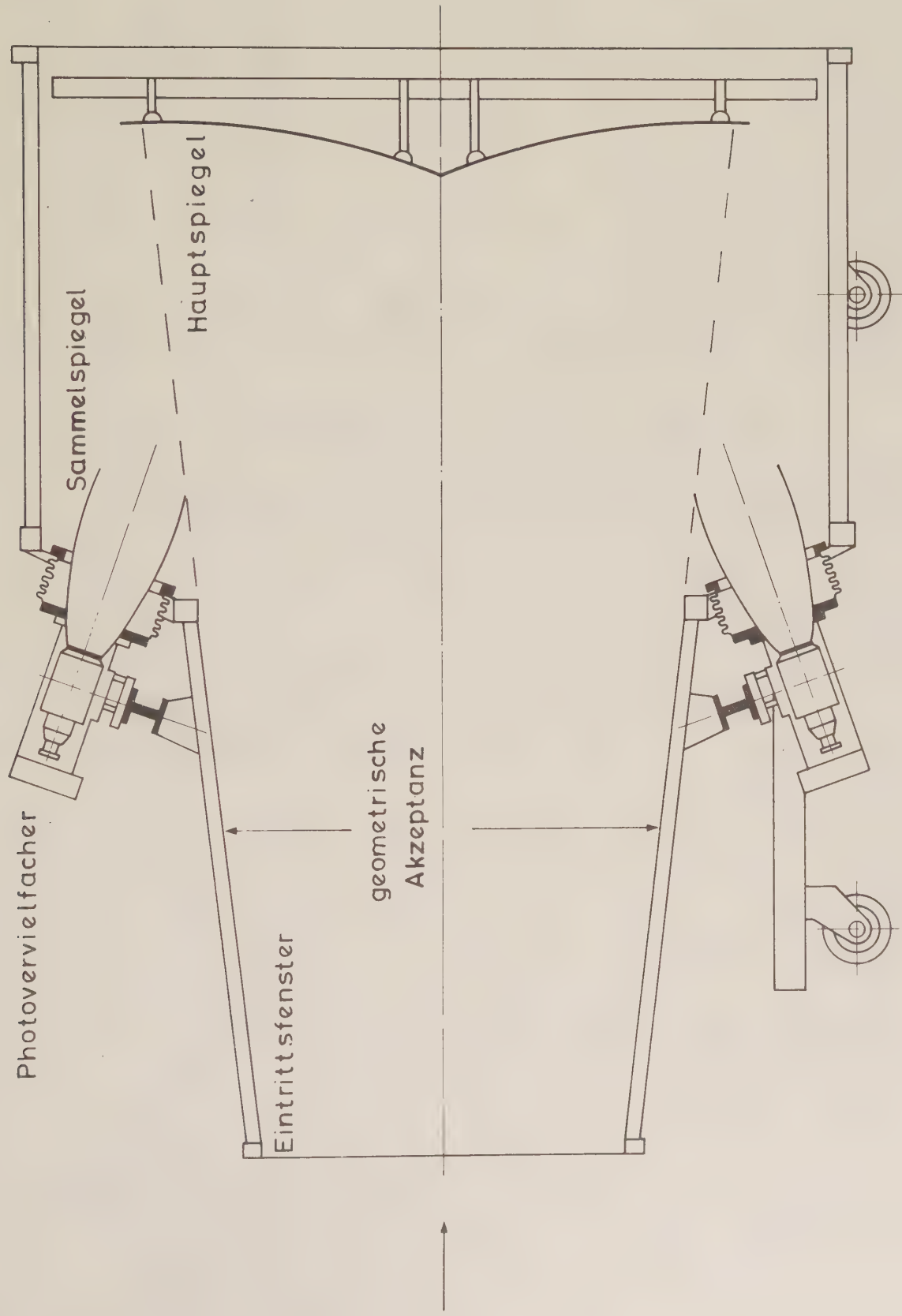


Fig.5 Vereinfachtes Schnittbild der grossen Gas-Čerenkovzähler

Zähler	C ₁	C ₂
Gasvolumen	22 m ³	10 m ³
Eintrittsfenster	322x136 cm ²	260x100 cm ²
Zahl der Spiegel (Zellen)	2 x 7	2 x 4
Dimension der Spiegel	60x92 cm ²	60x92 cm ²
Füllgas (Druck 1 bis max. 1.002 atm)	Freon 114	Neopentan + 10% Freon 114
Brechungsindex	1.00145	1.00165
Emissionsweg (Strahlerlänge)	270 cm	215 cm
Wellenlängenkonverter	ja	nein
empf. Wellenlängenbereich	3000-5500 Å	3700-6000 Å
mittl. gemessen $\gamma \rightarrow e$ -Konversionswahrscheinlichkeit	6.5 %	2.5 %

Tab. 4

Fig.6 zeigt die Zahl der emittierten Photonen und die unter Benutzung der gemessenen Photon-Elektron-Konversionswahrscheinlichkeiten²⁰⁾ berechneten theoretischen Nachweiswahrscheinlichkeiten für Pionen, Kaonen und Protonen als Funktion der Teilchenimpulse. Die Schwelle für den Kaon-Nachweis liegt in C₁ bei 9.3 GeV, d.h. etwa bei halbem mittlerem Strahlimpuls. Um auch symmetrische Kaonpaare in diesem Impulsbereich noch sicher auszuschließen, mußte die Mittenregion zusätzlich von C₂ mit einer Kaon-Schwelle bei 8.6 GeV erfaßt werden; eine Füllung von C₁ mit dem hochexplosiven Neopentan schied aus Sicherheitsgründen aus.

Zur experimentellen Bestimmung der Pion-Nachweiswahrscheinlichkeit in C₁ als Funktion des Impulses wurden in der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ bei 12.5 GeV erzeugte Pionpaare analysiert und solche Ereignisse ausgewählt, bei denen beide Pionen durch getrennte Čerenkovzellen gelaufen waren und wenigstens eines der Pionen ein Signal in der zugehörigen Zelle gegeben hatte. Der Bruchteil solcher Ereignisse, bei denen beide Pionen Licht gaben, liefert direkt eine untere Grenze für die Pion-Nachweiswahrscheinlichkeit. Die so gemessenen Werte sind, bedingt durch systematische Fehler der Methode (falscher Ereignistyp wie z.B. $K^+ \pi^-$ -Zustände aus $K^*(870)$ -Zerfällen, Wechselwirkungen, δ -Elektronen und elektronische Totzeit) und echte Verluste im Čerenkov bei geringen Lichtintensitäten etwas niedriger

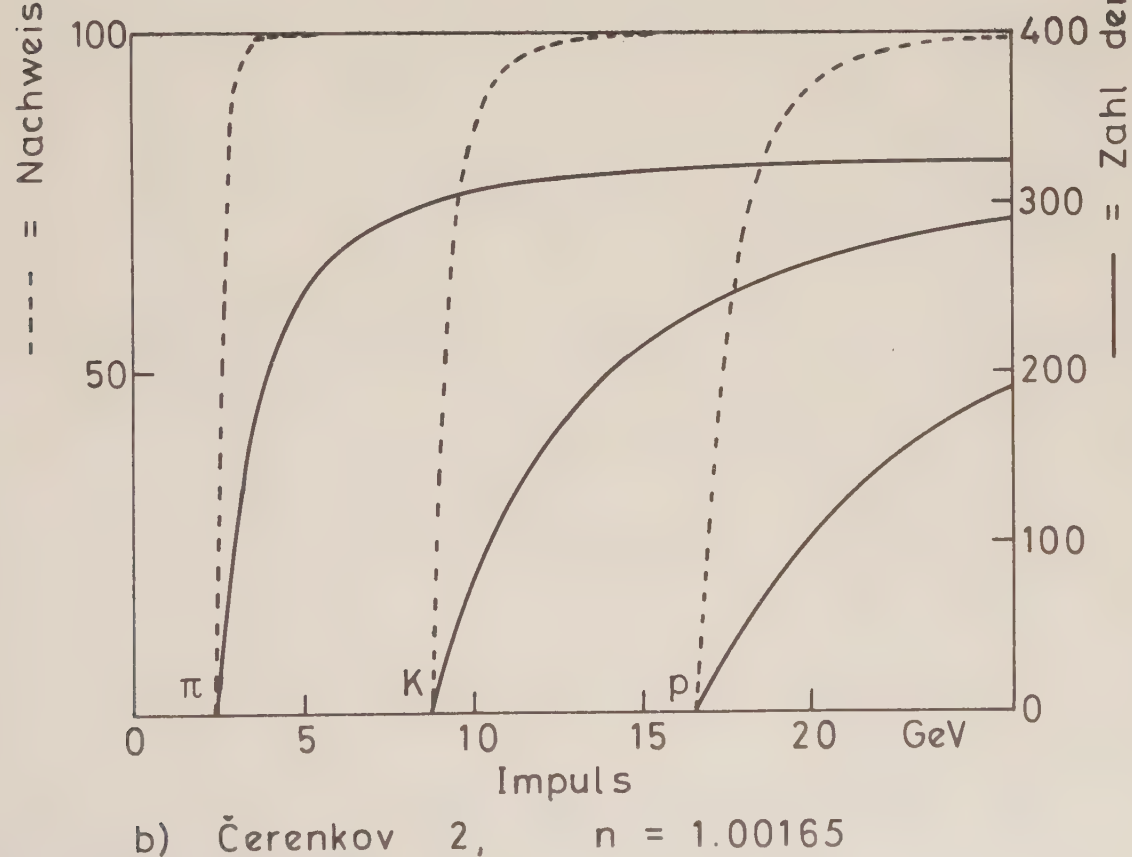
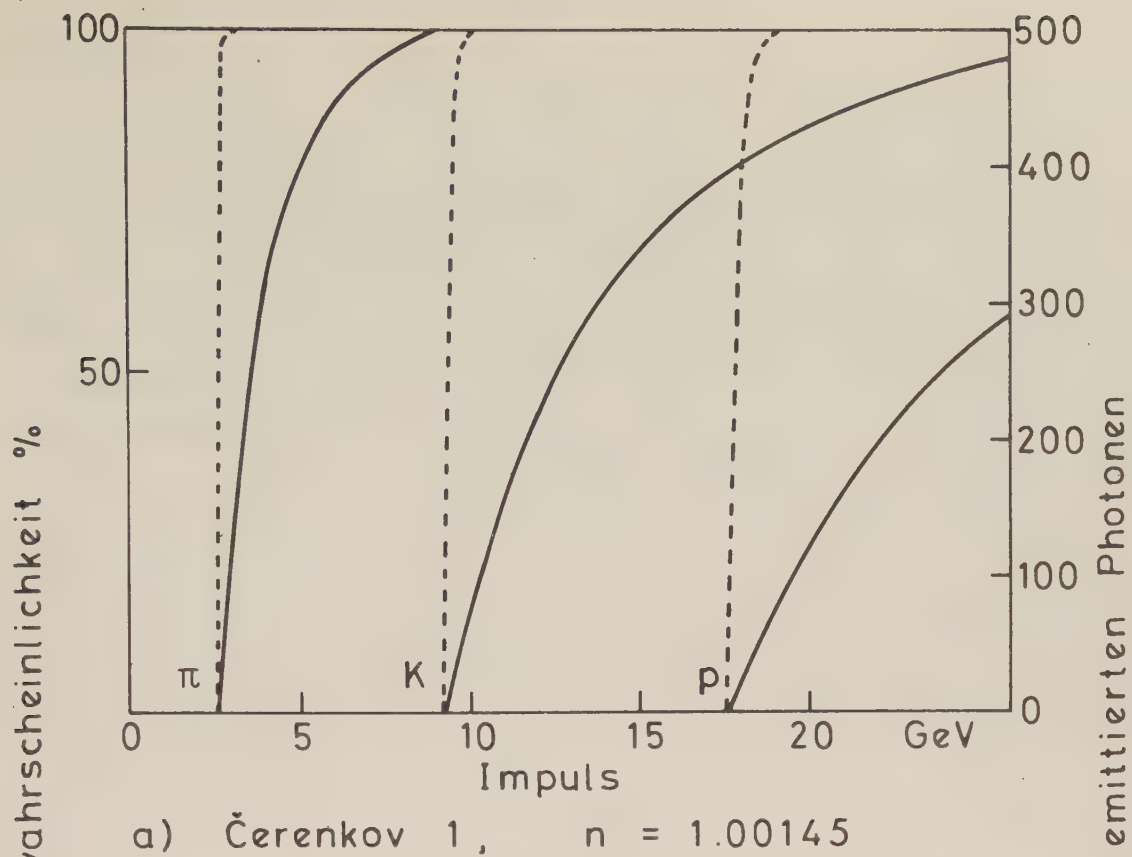


Fig. 6 Theoretische π , K - und p -Nachweiswahrscheinlichkeit in den grossen Čerenkovzählern $\check{C}_1$ und $\check{C}_2$

als die theoretisch zu erwartenden Werte.

In gleicher Weise wurde die Nachweiswahrscheinlichkeit für Kaonen im zweiten Čerenkovhodoskop C_2 gemessen. Da jedoch hierzu keine eigene Eichmessung durchgeführt worden war, konnte die Nachweiswahrscheinlichkeit nur aus den neben den $p\bar{p}$ -Paaren in einem schmalen Impulsbereich zwischen den Kaonschwellen in C_1 und C_2 noch enthaltenen K-Paaren bestimmt werden (Während des Experiments war zwar C_1 in Antikoinzidenz, nicht aber C_2 im Trigger eingeschlossen).

Die so gemessenen Minimalwerte der Nachweiswahrscheinlichkeit in C_1 und C_2 zeigt Fig.7 als Funktion des Teilchenimpulses. Pionen oberhalb 10 GeV werden in C_1 mit $\geq 99\%$ Sicherheit nachgewiesen, Kaonen bei gleichem Impuls mit mehr als 96% Sicherheit in C_2 .

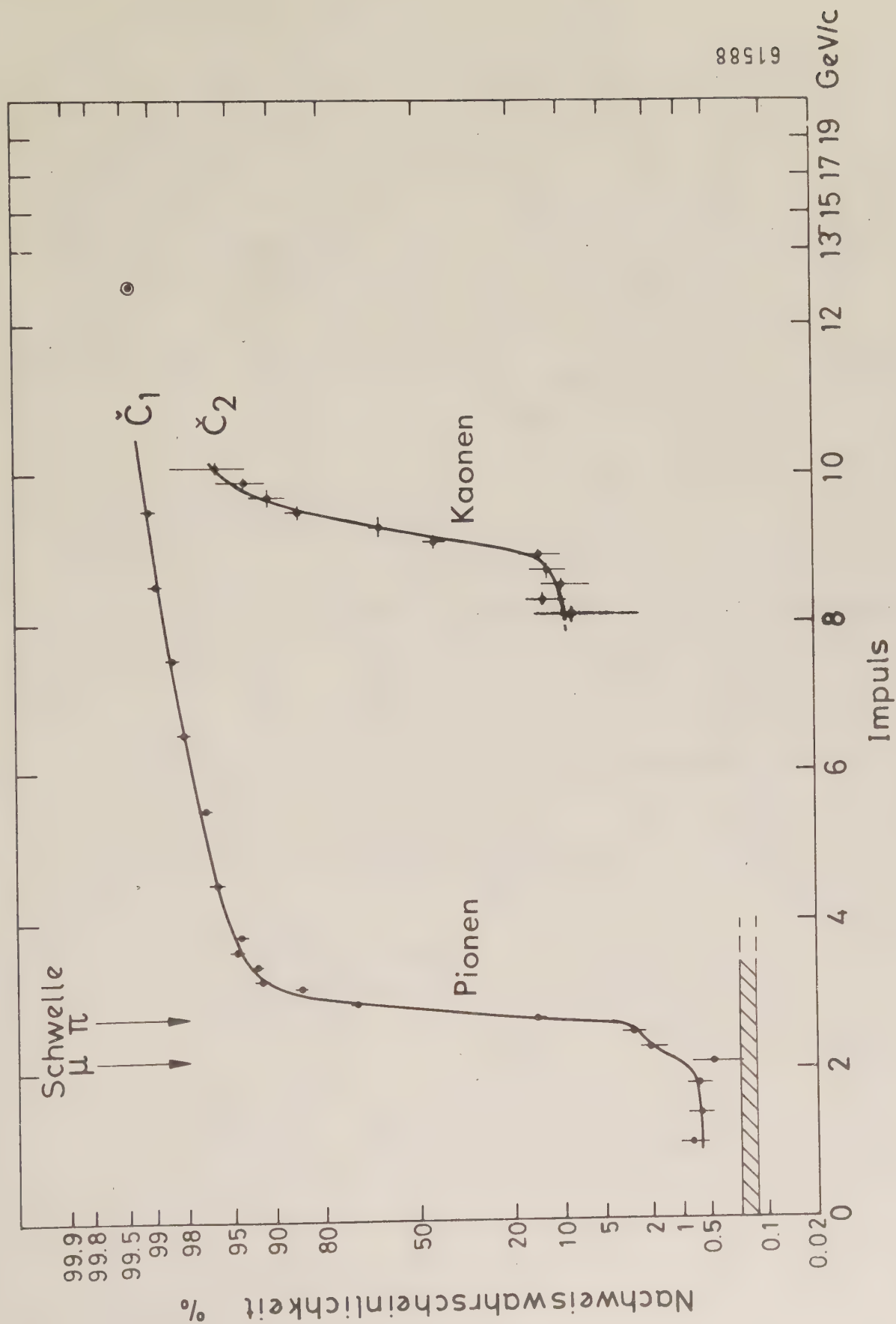


Fig.7 Gemessene Nachweiswahrscheinlichkeit in $\check{C}_1$ und $\check{C}_2$

V) Schnelle Elektronik und Datenübertragung

1) Selektion der Ereignisse

Die durch Impulsformerstufen standardisierten Impulse (NIM-Standard) der verschiedenen Zähler wurden in der schnellen Selektionselektronik nach Fig.8 logisch verknüpft. Die Koinzidenzbedingung, die zum Auslösen der Funkenkammern für die Reaktion $\pi^- p \rightarrow p\bar{p}n$ führte, erläutert die folgende Tabelle:

Bedingung	Stufe	Verknüpfung
Ein Teilchen läuft in den Apparat ein (Startsignal für "timing" und Maß für Strahlintensität)	A	$S_1 \cdot S_2$
Der Strahl wird auf den Targetdurchmesser begrenzt. Jeder in A registrierte Teilchen- durchgang sperrt für die folgenden 1.5 μsec über ein totzeitloses "pileup gate" die Koinzidenz B zur Verringerung der Zahl von Ereignissen mit doppelter Strahlspur.	B	$A - \bar{A}_{\text{pileup}} \cdot S_3 \cdot \bar{S}_4$
Bei der Wechselwirkung werden keine zu- sätzlichen neutralen Teilchen unter großen Winkeln beobachtet. Alle durch das Target- fenster austretenden Teilchen durchlaufen den Spektrometermagneten.	$\bar{C}$	$\overline{S_5 + S_6 + S_7}$
Der Diskriminator F liefert ein Signal, wenn zwei geladene Teilchen in verschiedenen Zählerpaaren des Hodoskops S_8 beobach- tet werden.	D-F	$S_8(2\text{prong})$
Kein Teilchen auf der Strahltrajektorie, d.h. es fand eine Wechselwirkung des ein- laufenden Pions statt.	G	$B \cdot \bar{C} \cdot \bar{S}_9$
Das auslaufende Teilchenpaar ist ein $p\bar{p}$ oder evtl. ein K^+K^- -Paar.	H	$G \cdot F(2\text{pr}) \cdot \bar{C}_1$

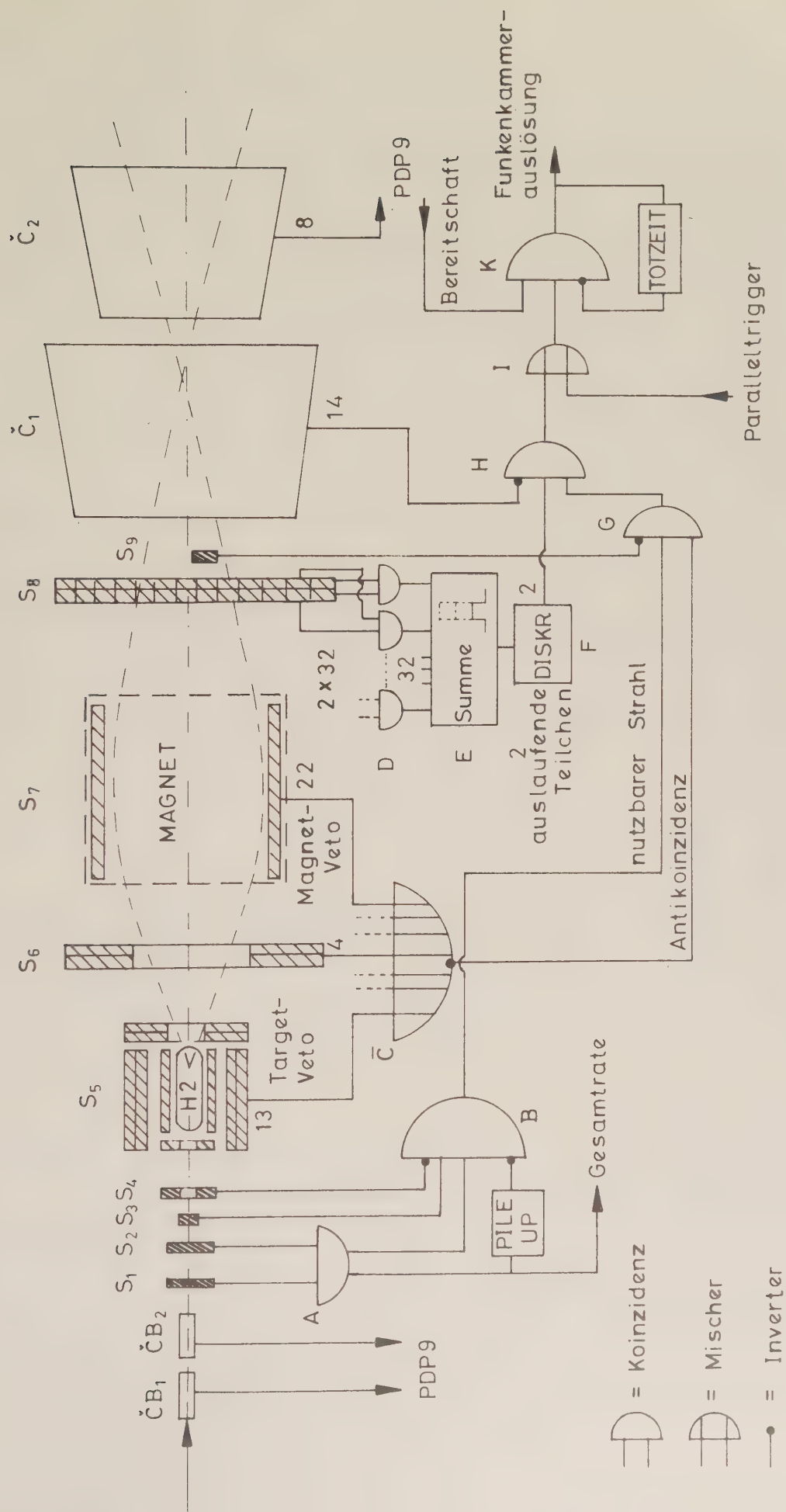


Fig.8

Prinzipschaltbild der schnellen Selektionselektronik

Triggereingang für parallel laufende Experimente mit abweichender Koinzidenzbedingung.	I	$H(\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n) +$ Parallel- trigger
Ein Signal in I löst die Funkenkammern aus, falls der angeschlossene Prozeßrechner (PDP 9) zur Datenaufnahme bereit ist. Die maximale Triggerrate wird entsprechend der Leistungsfähigkeit von Rechner und Hochspannungsversorgung auf 1 pro 15 msec begrenzt.	K	$I.(\overline{\text{Totzeit}}).$ $.(PDP9 \text{ ready})$

Tab. 5

Die beiden Strahlčerenkovzähler CB_1 und CB_2 und das zweite Čerenkovhodoskop C_2 waren nicht in der Koinzidenz eingeschlossen, ihre Signale wurden jedoch für jedes Ereignis auf Magnetband gespeichert und später bei der Analyse berücksichtigt. Es wurden so auch K^- - oder $\bar{p}$ -induzierte Reaktionen erfaßt und Verluste an guten Ereignissen durch Multiplirräuschen in C_2 nach einer weiter unten beschriebenen Methode weitgehend vermieden.

Die vollständige Koinzidenzbedingung für die Reaktion $\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n$ lautete somit:

Trigger:	$(S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot \bar{S}_4 / \text{pileup}) \cdot (\overline{S_5 + S_6 + S_7 + S_9}) \cdot (S_8 / 2\text{prong}) \cdot \bar{C}_1.$
und	
Analyse:	$.(CB_1 \cdot CB_2) \cdot (\bar{C}_2 / \text{kein Signal oder Rauschen})$

Für die logische Verknüpfung der Signale einschließlich Teilchen- und Kabelllaufzeiten waren 390 nsec erforderlich; ca. 700 nsec nach Einlauf eines Strahlteilchens in den Apparat erfolgte der Funkendurchbruch in den Kammern.

Für einen primären Fluß von 10^6 Teilchen in $S_1 \cdot S_2$ wurden im Mittel 90 $\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n$ -Koinzidenzen beobachtet, von denen wegen konkurrierender Paralleltrigger und Totzeit nur etwa 69% die Funkenkammern auslösten. Dies bedeutet, daß Strahlspuren und unerwünschte Reaktionen durch die Elektronik im Verhältnis von rund 1:10 000 unterdrückt wurden.

2) Datenerfassung

Das Experiment wurde von einem Prozeßrechner DEC-PDP 9 (16 K Kernspeicher, 3 DEC-tape + 2 HP-Magnetbandeinheiten) überwacht und gesteuert. Der Rechner hatte die Aufgabe, die nach dem Auslösen der Funkenkammern anfallenden Daten über ein geeignetes Interface zunächst in einen schnellen Zwischenspeicher zu übertragen und dessen Inhalt nach ca. jedem fünften Ereignis auf Magnetband auszuschreiben. Daneben wurden die Zählraten der wichtigsten Koinzidenzstufen in schnellen Zählern registriert und vom Rechner in 15-minütigen Abständen bzw. am Ende eines Magnetbandes ausgelesen und ebenfalls gespeichert. Im einzelnen wurden folgende Daten registriert:

Art der Information	Einheit
<u>Für jedes Ereignis:</u>	
Positionen von Funken und Referenzmarken in den Kammern	448 Spadaczähler
Signale von Zählern und Koinzidenzstufen, $CB_1, CB_2, S_5(1-13), S_8(1-32), C_1(1-14), C_2(1-8)$ + Art des vorliegenden Triggers	80 bit pattern-unit (Statusregister)
Targetzustand (leer/voll), Magnet (ein/aus)	Spadac-
Art von Strahl- und Sekundärteilchen gemäß Koinzidenzbedingung, Multiplizität in S_8	Schalterregister
<u>Alle 15 Minuten:</u>	
Datum und Uhrzeit	Schalter-
Kontrollzähler am Maschinentarget (AGO)	register und
Zahl der Beschleunigungszyklen (bursts)	30 MHz-Zähler
Strahlintensität (Koinzidenz A)	der Fa. Borer
Nutzbarer Strahl (B)	
" " in der durch Triggertotzeit, Rechnertotzeit und burst-Länge gegebenen effektiv nutzbaren Zeit (B <u>In Sensitive Time</u>)	
Zahl der Wechselwirkungen (H und H I.S.T.)	
Zahl der akzeptierten Koinzidenzen (I)	
Zahl der Trigger (K)	

In der nicht zur Datenerfassung benötigten Zeit wurde ein Teil der Ereignisse im Rechner rekonstruiert und die Teilchenspuren, Funkenpositionen und Zählersignale auf einem Speicheroszillographen angezeigt. Dies diente einerseits der Überwachung der Funkenkammern, des Zählersystems und der Triggerelektronik auf einwandfreie Funktion während des Experiments, andererseits konnte aus der regelmäßig durchgeführten optischen Durchmusterung der Ereignisse auf Natur und Anteil von Untergrundreaktionen und auf den Prozentsatz zu erwartender guter Ereignisse eines Reaktionstyps geschlossen werden.

In Abständen von etwa acht Stunden wurden Strahlspuren bei ein- bzw. ausgeschaltetem Spektrometermagneten aufgenommen. Mit Hilfe der geraden Spuren wurden in der anschließenden Datenanalyse die genauen Positionen der Funkenkammern bezüglich der Strahlmitte bestimmt, die im Magneten abgelenkten Spuren lieferten die notwendige Information über Laborimpuls und Strahldispersion.

C) Die Datenanalyse

Das Experiment wurde in neun Tagen durchgeführt, rund 220 000 $\pi^+ p \rightarrow p \bar{p} n$ -Trigger wurden registriert und der weiteren Analyse auf einer Rechananlage IBM 360/91 (München-Garching) unterzogen.

I) Geometrische Rekonstruktion

Für jede Ebene einer Funkenkammer liegen die relativen Funkenkoordinaten und die Koordinaten zweier fester Referenzmarken mit bekanntem Abstand (Fiducial-Drähte) in Form von Zählraten mehrerer zu einer Ebene gehörender Spadac-Zähler vor. Entsprechend den verschiedenen Drahrichtungen der Kammerebenen im benutzten Koordinatensystem (z-Achse in Strahlrichtung, x-Achse nach links und y-Achse nach oben) beziehen sich diese Koordinatenzahlen auf unterschiedliche sog. Views:

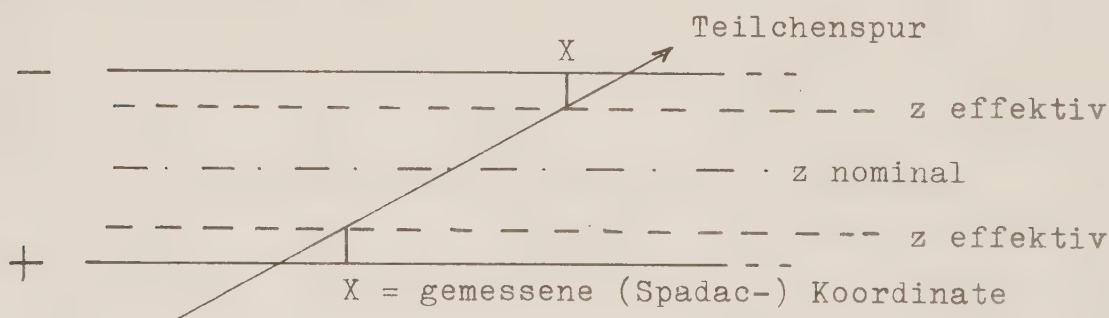
Spektrometerarm	View	Drahrichtung
1 bis 3	1	x-Koordinate (Drähte parallel zur y-Achse)
1 und 2a	2	y-Koordinate (Drähte parallel zur x-Achse)
"	3	tg = +1
"	4	tg = -1
2b und 3	2	tg = +0.6
"	3	tg = -0.6

Tab. 7

In einem ersten Schritt zur Rekonstruktion der Teilchentrajektorien aus den Funkenpositionen wird versucht, unabhängig in jedem Spektrometerarm in View 1 und 2 die gefundenen Funken innerhalb zugelassener Spurbreiten zu geraden Spursegmenten zu kombinieren. Zu jeder gefundenen Kombination werden dann entsprechende Funkenpositionen in den übrigen Views aufgesucht und, falls solche gefunden werden, die betreffende Kombination als ein mögliches Spursegment akzeptiert. Im nächsten Schritt wird aus allen möglichen Segmentkombinationen in Arm 1 (Strahlspur) und Arm 2 (zwei Spuren hinter dem Target) die-

jenige ausgewählt, die den besten Vertex - definiert als Punkt mit minimaler Segment-Abstandssumme - innerhalb der Targetgrenzen ergibt. Den so gefundenen zwei Spuren in Arm 2 werden auf Grund der x-Positionen im Magnetmittelpunkt und der Spurneigungswinkel die Spursegmente in Arm 3 zugeordnet. Eine angenäherte Berechnung der Teilchenimpulse (Ablenk-winkelapproximation) scheidet anschließend Ereignisse mit wesentlich zu hoher Impulsdifferenz zwischen Strahl- und Sekundärimpuls aus der weiteren Analyse aus. Den Abschluß der geometrischen Rekonstruktion bildet eine iterative Korrektur der vorgegebenen Spursegmente durch genaue Berechnung der Teilchentrajektorien durch den Spektrometermagneten in einem Runge-Kutta-Verfahren²¹⁾ unter Benutzung der gemessenen Feldverteilung.

Die für die Rekonstruktion erforderlichen Angaben über die Positionen der Funkenkammern (Geometriekonstanten) werden aus der Analyse der bei ausgeschaltetem Spektrometermagneten aufgenommenen Strahlspuren gewonnen: Die aus der optischen Vermessung auf ± 0.5 mm bekannte x-y-Koordinate jeder Kammerebene wird im Programm so korrigiert, daß die Summe der Abweichungen der Funkenkoordinaten von der rekonstruierten geraden Spur ein Minimum wird. Des weiteren wird aus einer vorbereitenden Analyse einiger hundert Zweiprong-Ereignisse für jede Kammerebene ein effektiver Wert der z-Koordinate bestimmt, der der Funkenversetzung in den Kammern für geneigte Spuren Rechnung trägt:

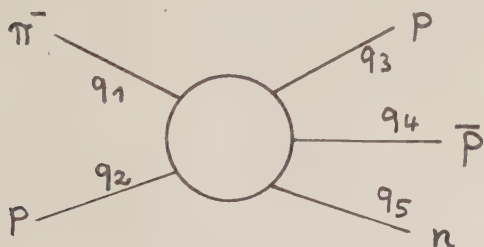


Ein wichtiger Faktor bei der automatischen Rekonstruktion ist der Verlust an guten Ereignissen, die auf Grund ihrer besonderen Topologie (sehr nahe benachbarte oder sich

überkreuzende Spuren, zusätzliche Funken oder Spuren aus Untergrund und Wechselwirkungen) vom Rechenprogramm nicht richtig erkannt werden. Dieser Verlust betrug für das benutzte Programm weniger als 2.5%. Er wurde bestimmt, indem 2000 Ereignisse auf dem Bildschirm der PDP9 durchmustert und mit den Ergebnissen der automatischen Analyse verglichen wurden.

II) Reaktionskinematik

Die Reaktion $\pi^- p \rightarrow p\bar{p}n$ wird durch die Angabe der Viererimpulse der Reaktionspartner, d.h. durch zwanzig Meßgrößen vollständig beschrieben. Da für unpolarisierte Targetprotonen die



Streuamplitude nicht von Rotationswinkel der Produktionsebene um die Strahlrichtung abhängt, reduziert sich bei bekannten Eingangsimpulsen und Massen die Zahl der unabhängigen Variablen durch Energie- und Impulserhaltung auf vier. Eine zur Beschreibung von Quasi-Zweikörperreaktionen wie $\pi^- p \rightarrow X(+p\bar{p})n$ zweckmäßige Parameterwahl ist $M_{p\bar{p}}$, t , $\cos\theta$ und φ , die wie folgt definiert sind:

1: Invariante Proton-Antiproton-Masse M :

$$M^2 = (q_3 + q_4)^2 = 2m_p^2 + 2(E_p E_{\bar{p}} - |\mathbf{p}_p| |\mathbf{p}_{\bar{p}}| \cdot \cos(\varphi_{p\bar{p}}))$$

2: Viererimpulsübertrag $\sqrt{t}$: ($0 < t_{\min} \leq t$ im physikalischen Bereich)

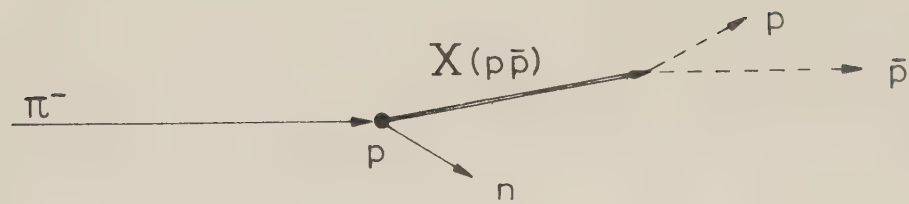
$$t = -(q_3 + q_4 - q_1)^2 = -(q_5 - q_2)^2 =$$

$$= -M^2 - m_\pi^2 + 2(E_{p\bar{p}}^{\text{CM}} E_\pi^{\text{CM}} - |\mathbf{p}_{p\bar{p}}^{\text{CM}}| |\mathbf{p}_\pi^{\text{CM}}| \cdot \cos(\theta_{\text{Prod}}^{\text{CM}}))$$

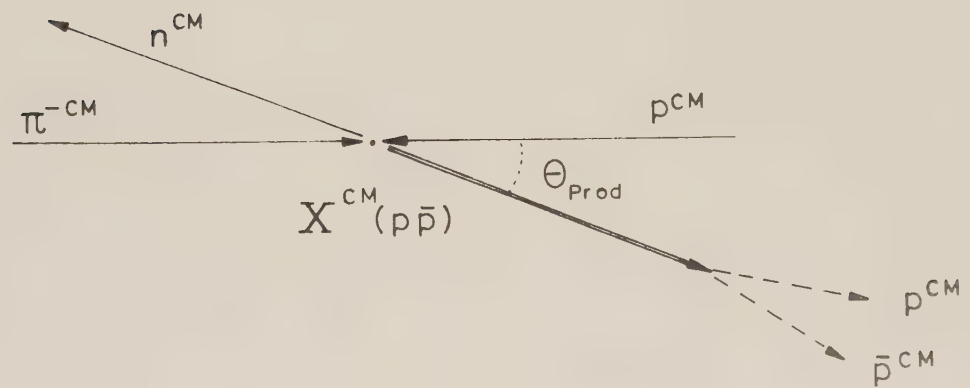
$$\theta_{\text{Prod}}^{\text{CM}} = \text{Produktionswinkel im Schwerpunktsystem (Fig.9b)} \\ (= 0 \text{ für } t = t_{\min})$$

3+4: Zerfallswinkel θ, φ im Proton-Antiproton-Ruhesystem, z-Achse in Richtung des einlaufenden Pions, y-Achse senkrecht auf der Produktionsebene, θ bezogen auf die Antiprotonrichtung (Gottfried-Jackson-System, Fig.9c)

a) Laborsystem



b) Schwerpunktsystem



c) Jacksonsystem ($p\bar{p}$ Ruhesystem)

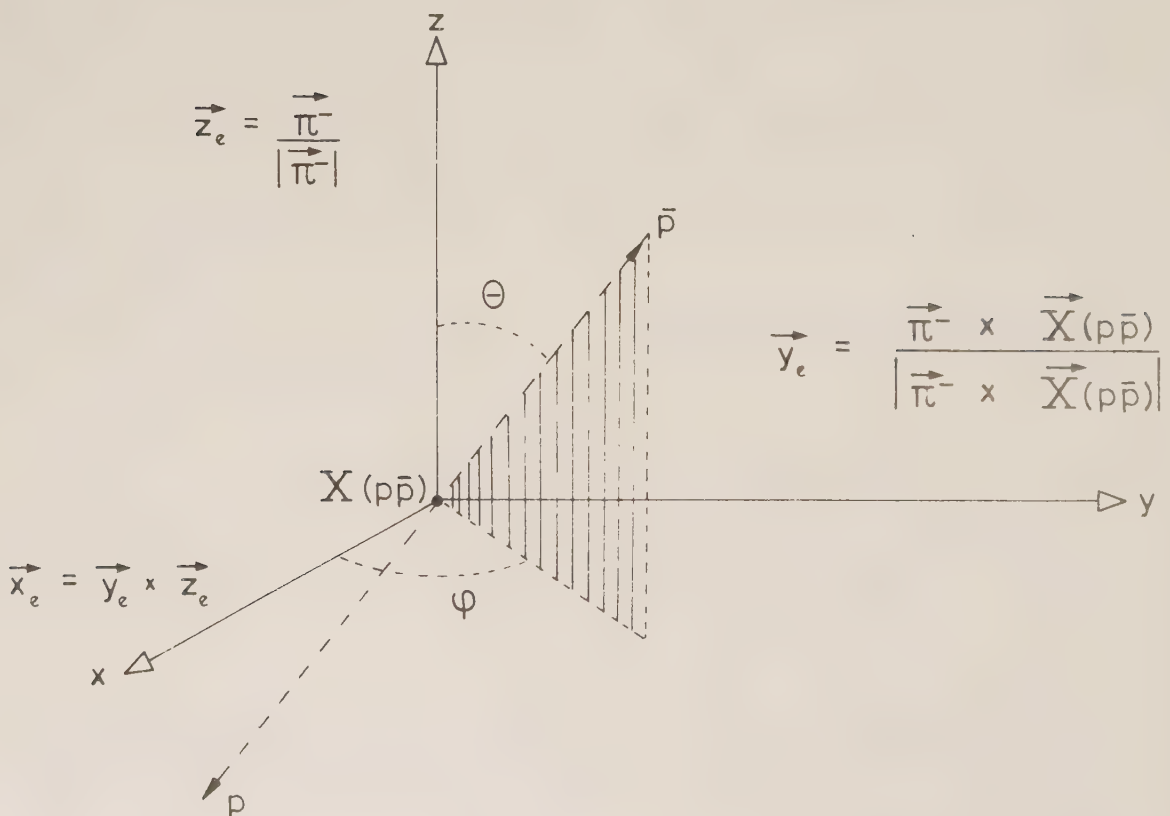


Fig.9 Definition der Koordinatensysteme und Winkel

Eine weitere häufig benutzte kinematische Größe ist die

5: Fehlende Masse MM:

$$MM^2 = q_5^2 = (q_1 + q_2 - q_3 - q_4)^2 = (E_{\text{Lab}} + m_p - E_{p\bar{p}})^2 - (\vec{p}_{\text{Lab}} - \vec{p}_{p\bar{p}})^2$$

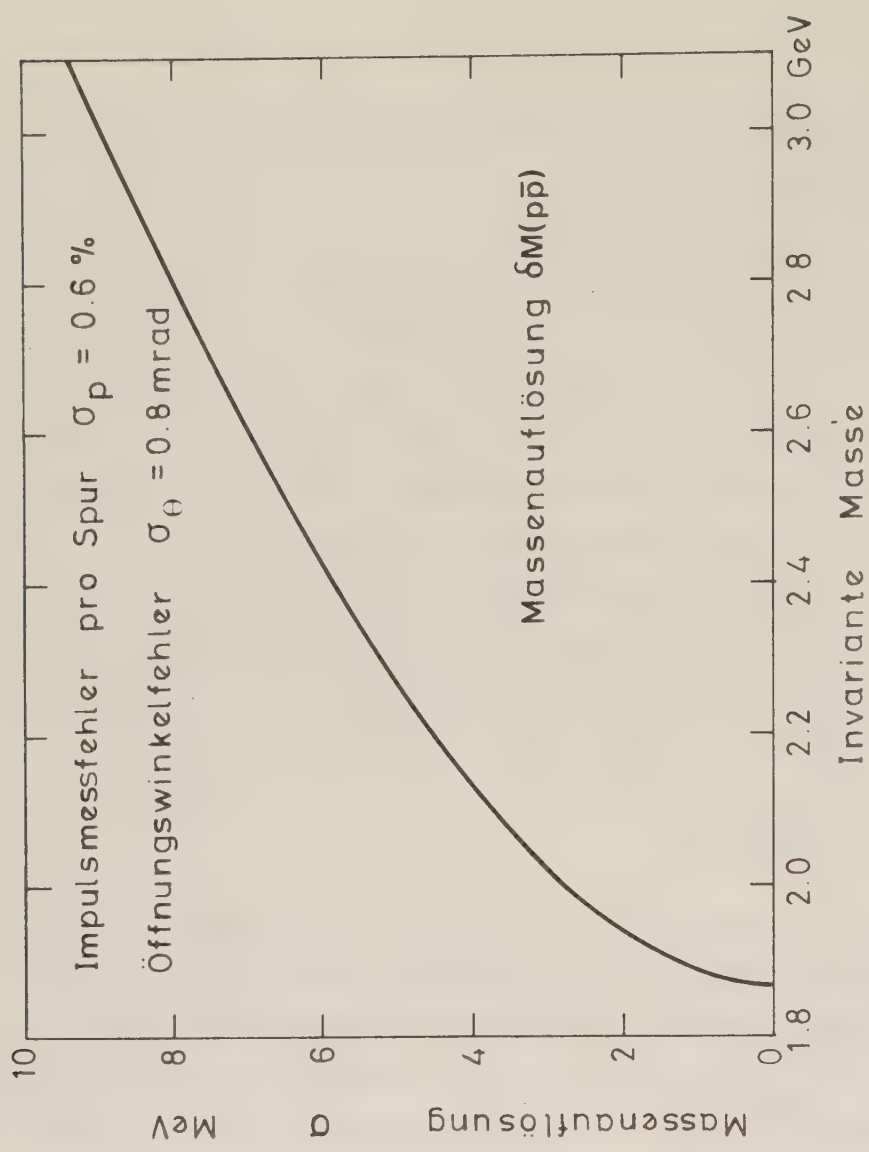
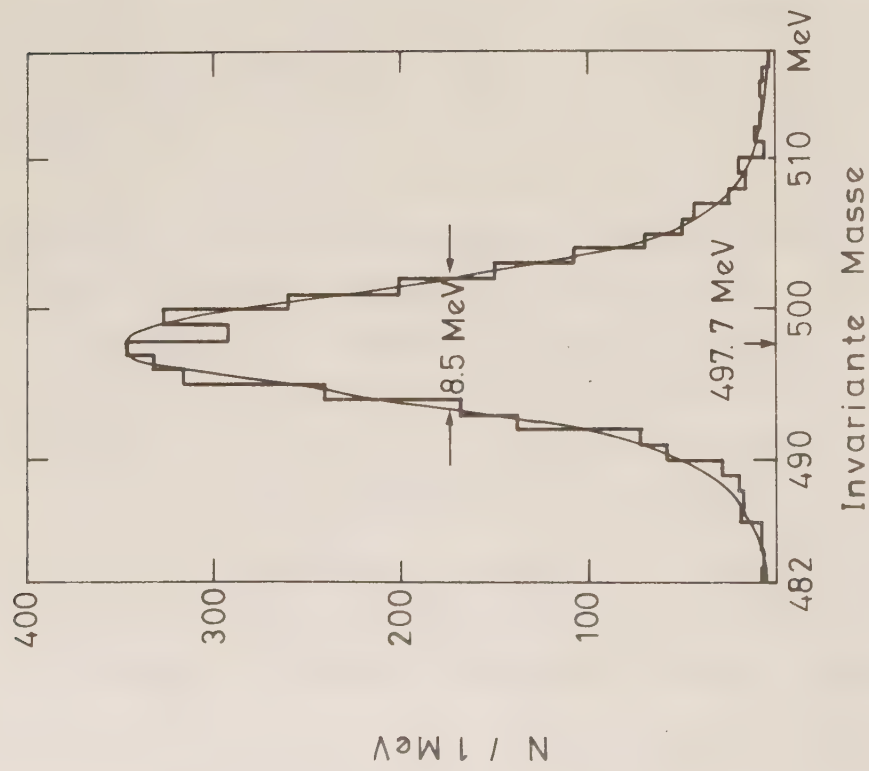
Tab.8 cont.

Aus den in der geometrischen Rekonstruktion erhaltenen Spurelementen und Impulsen läßt sich die fehlende Masse MM berechnen. Es ergibt sich, bedingt durch die Streuung der Meßgrößen und vor allem durch Einsetzen eines Näherungswertes für den nicht gemessenen Laborimpuls, im allgemeinen ein etwas von der Neutronmasse abweichender Wert. In einem letzten Schritt werden deshalb die gemessenen Impulse in einem kinematischen Fit an die Neutronhypothese angepaßt.

III) Meßgenauigkeit

Fehlende Masse MM: Wie aus der Definition in Tab.8 hervorgeht, ist die Auflösung in der fehlenden Masse im wesentlichen durch die Unsicherheit in der Bestimmung des Strahlimpulses gegeben ($\delta P_{\text{Lab}} \gg \delta p_{p\bar{p}}$). Es wurde experimentell für die Verteilung des Quadrates der fehlenden Masse eine Breite von $\sigma(MM^2) = 250 \text{ MeV}^2$ gefunden.

Invariante Masse M: Die Massenauflösung $\delta M_{p\bar{p}}$ spielt eine wichtige Rolle für die Erkennung feiner Strukturen oder die Bestimmung von Resonanzparametern im differentiellen Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/dM d\Omega$. Sie wurde deshalb für isotrope Zerfallsverteilung $f(\Omega)$ im $p\bar{p}$ -Schwerpunktsystem durch eine Monte-Carlo-Integration $\overline{\delta M} = \int \delta M(M, \Omega) \cdot f(\Omega) \cdot d\Omega$ berechnet und ist in Fig.10b als Funktion der invarianten Masse M aufgetragen. Die Richtungen der simulierten Teilchenspuren im Laborsystem wurden dabei entsprechend den aus Meßfehlern und Vielfachstreuung zu erwartenden Richtungsabweichungen nach einer Gaußverteilung variiert. Die Richtigkeit der Meßfehler-Annahmen wurde durch Anwendung des gleichen Verfahrens auf Spuren aus $K_s^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ -Zerfällen überprüft: Die aus den fehlerkonform variierten Spuren errechneten Werte der invari-



a) Verteilung der invarianten Masse für den Zerfall $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

b) Massenauflösung als Funktion der invarianten $p\bar{p}$ -Masse

Fig.10

anten Masse zeigten eine Verteilung, die innerhalb 10% mit dem gemessenen K_S^0 -Massenspektrum in Fig.10a übereinstimmte.

Vierimpulsübertrag $\sqrt{t}$: Das Quadrat des Viererimpulsübertrags t läßt sich näherungsweise wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} t &= M^4 \cdot m_n^2 / s^2 + M^2 \cdot (m_n^2 - m_p^2) / s + E_{\text{Lab}}^2 \theta^2 \cdot \beta(M) \\ &= t_{\text{min}} + E_{\text{Lab}}^2 \theta^2 \cdot \beta(M) \end{aligned}$$

Hierbei bedeutet θ den Winkel der Resultierenden aus Proton- und Antiprotonimpuls mit der Strahlrichtung, $\beta(M)$ ist eine schwach mit M veränderliche Funktion der Größenordnung 1. Die folgende Tabelle gibt einige Minimalwerte der Auflösung für einen Laborimpuls von 18.8 GeV:

	M=1.9		M=2.3		GeV
	t=0.05	t=0.5	t=0.05	t=0.5	GeV ²
t_{min}	0.009	0.009	0.019	0.019	
$\beta(M)$	1.27	1.27	1.41	1.41	
$dt(dM)$	0.00086	0.0072	0.0034	0.025	
$dt(dE_L)$	0.0015	0.015	0.0015	0.015	
$dt(d\theta)$	0.0055	0.016	0.0093	0.025	
dt/t	0.11	0.05	0.20	0.08	

Tab. 9

IV) Geometrische Akzeptanz

Die Akzeptanz $A(M, t, \cos\theta, \varphi)$ gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Ereignis $(M, t, \cos\theta, \varphi)$, gemittelt über alle möglichen Werte des Laborimpulses, des Wechselwirkungsortes und des Rotationswinkels der Produktionsebene um die Strahlrichtung, im Spektrometer nachgewiesen wird. Sie wurde als Funktion der vier kinematischen Variablen auf zwei Weisen berechnet:

1) Monte Carlo-Methode

Für verschiedene M - und t -Werte werden mit Hilfe von Zufallszahlen Ereignisse mit einer den Strahleigenschaften (Impuls, Strahldivergenz, Abschwächung im Target durch Wechselwirkung) entsprechenden Vertex- und Impulsverteilung und mit willkürlichen Rotationswinkeln der Produktionsebene um die Strahlrichtung "erzeugt". Die Spuren des $p\bar{p}$ -Systems werden unter Annahme isotroper Zerfallsverteilung im Jacksonsystem ins Laborsystem rückgerechnet und verfolgt, ob sie überall innerhalb der geometrischen Grenzen der Apparatur liegen. Das Verhältnis der Zahl akzeptierter zur Zahl erzeugter Ereignisse ist die gesuchte Akzeptanz $A(M, t, \cos\theta, \varphi)$, integriert über die nicht Ereignis-spezifischen Geometrieparameter der Apparatur. Die Methode arbeitet unabhängig von reellen Daten und kann benutzt werden, bereits in der Planungsphase einen Überblick über die Eigenschaften des Apparats, insbesondere mögliche Nullstellen der Akzeptanz, zu gewinnen.

Die Akzeptanzberechnung nach dieser Methode wurde im Massenbereich $1.88 \leq M \leq 3.5$ GeV in 50 MeV-Schritten für je 8 verschiedene t -Werte $0 < t \leq 1.2$ GeV² durchgeführt. Pro M, t -Wert wurden isotrop in 40×36 Raumwinkelintervallen $d\cos\theta d\varphi$ bis zu 70 000 Ereignisse generiert, um die Fehler der Monte Carlo-Integration klein gegen die statistischen Fehler der experimentellen Daten (total ≈ 10 000 Ereignisse) zu halten.

2) Rotationsmethode

Im Gegensatz zur erstgenannten Methode, die die Akzeptanz eines Ereignisses durch Interpolation zwischen den berechneten $(M, t, \cos\theta, \varphi)$ -Gitterpunkten bestimmt, liefert die zweite Methode direkt die Akzeptanzwerte für reelle Ereignisse: Wie oben wird eine Monte Carlo-Integration über Produktions- und Geometrieparameter durchgeführt, jedoch für jedes Ereignis individuell mit den gemessenen Werten für $(M, t, \cos\theta, \varphi)$, d.h. es werden nur Strahlparameter, Vertex und Rotationswinkel der Produktionsebene durch Zufallszahlen generiert. Die Zahl der

notwendigen Monte Carlo-Rotationen (≈ 300) wird in Abhängigkeit von der Akzeptanz für jedes Ereignis individuell festgelegt, um mindestens 10% Rechengenauigkeit zu garantieren. Die so bestimmten Akzeptanzwerte $A_i = A(M_i, t_i, \cos\theta_i, \varphi_i)$ können als Gewichtungsfaktoren $w_A^i = 1/A_i$ in Verteilungen kinematischer Meßgrößen benutzt werden. Solche gewichteten, nach Akzeptanz korrigierten Verteilungen sind dann "wahre", d.h. vom experimentellen Apparat unabhängige Verteilungen. Naturgemäß versagt diese Methode in Bereichen zu geringer Akzeptanz, in denen keine Ereignisse beobachtet oder die Gewichte einzelner Ereignisse sehr groß werden.

3) Ergebnisse

Den Verlauf der nach der Monte Carlo-Methode für 18.8 GeV Laborimpuls berechneten Akzeptanz zeigen die Fig.11 und 12: Während die Akzeptanz - integriert über isotrope $\cos\theta, \varphi$ - Verteilung - nur schwach vom Viererimpulsübertrag $\sqrt{t}$ abhängt, fällt sie mit steigender invarianter $p\bar{p}$ -Masse oberhalb 2.3 GeV stark ab und beträgt bei 3.5 GeV nur noch ca. 10%. Dies ist die Folge der Begrenzung im maximal beobachtbaren $p\bar{p}$ -Öffnungswinkel durch die Apertur des Spektrometers. In Fig.12 für verschiedene M, t -Werte als Funktion von $\cos\theta$ und φ aufgetragen, zeigt die Akzeptanz mit einer Asymmetrie in $\cos\theta$ und einem Minimum bei $\varphi = 180^\circ$ in Vorwärtsrichtung und Schwellennähe deutlich den Einfluß des Zählers S_9 .

Wie die Rechnungen ergaben, ist die Akzeptanz für beliebige Raumwinkel $\cos\theta, \varphi$ im Bereich $M \leq 3.2$ GeV und $t \leq 1$ GeV² stets größer als 5%. Es wurden deshalb für Ereignisse in diesem kinematischen Bereich (97.5% aller Ereignisse) Akzeptanzgewichte nach der Rotationsmethode berechnet und in der weiteren Analyse zur Korrektur von Akzeptanzverlusten benutzt.

In gleicher Weise wurden Akzeptanzberechnungen für das 9.8 GeV-Experiment durchgeführt. Die Akzeptanz als Funktion von M und t , integriert über isotrope $\cos\theta, \varphi$ -Verteilung, ist in Fig.13 dargestellt. Die minimale Akzeptanz beträgt 2% im gesamten Winkelbereich für Massen unterhalb 2.7 GeV und Viererimpulsüberträge $t \leq 0.3$ GeV².

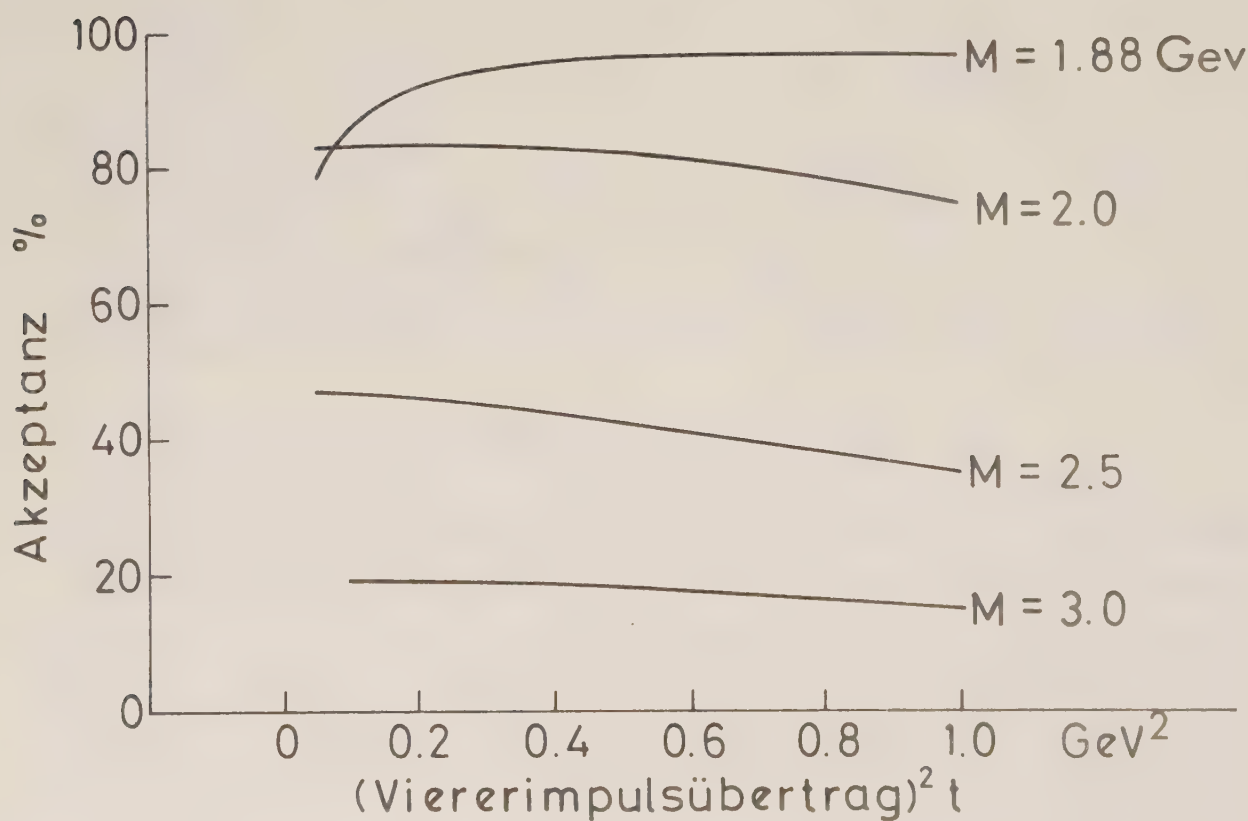
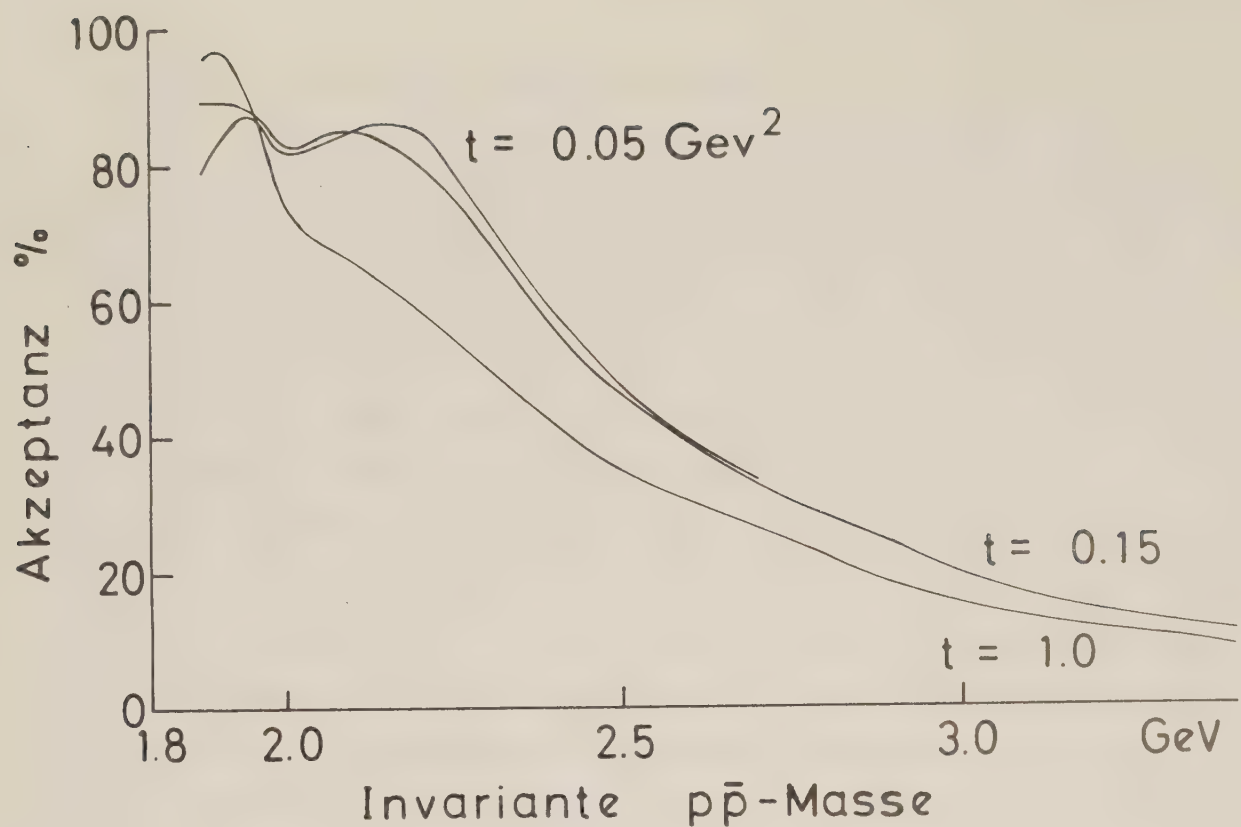


Fig.11 Akzeptanz als Funktion der invarianten $p\bar{p}$ -Masse und des Vierерimpulsübertrags.

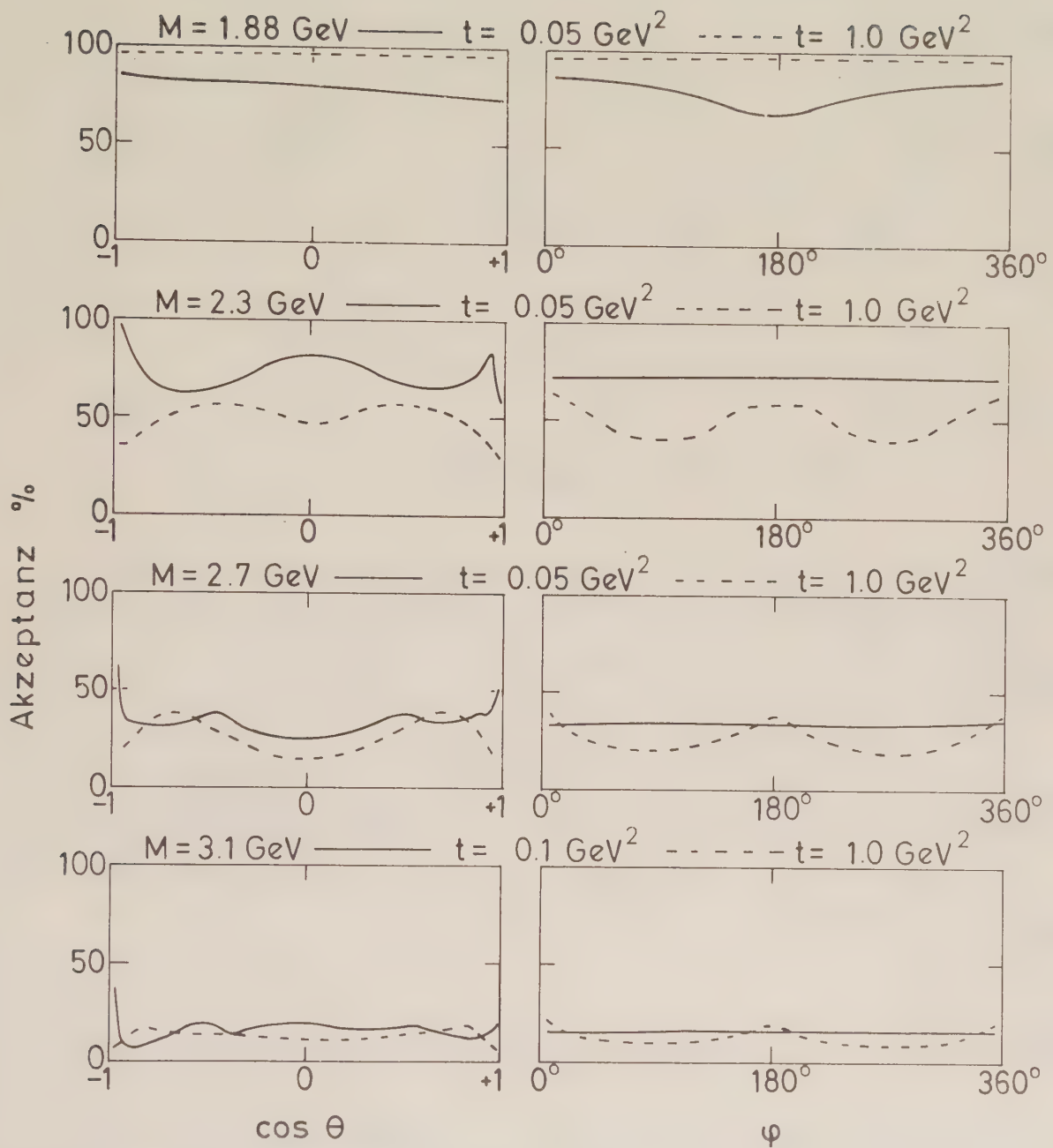


Fig. 12

Akzeptanz als Funktion von $\cos \theta$ und φ (Jacksonsystem) für verschiedene Werte der invarianten $p\bar{p}$ -Masse M und des Viererimpulsübertrags

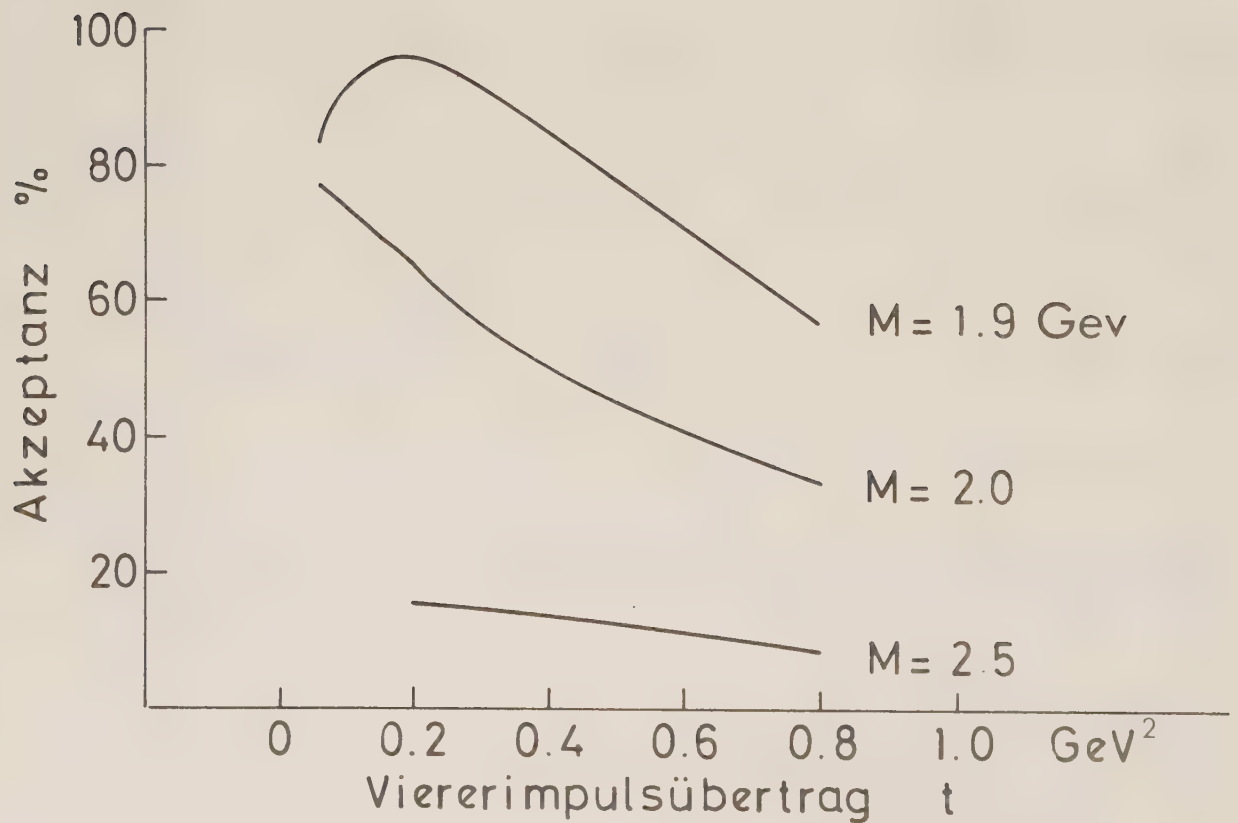
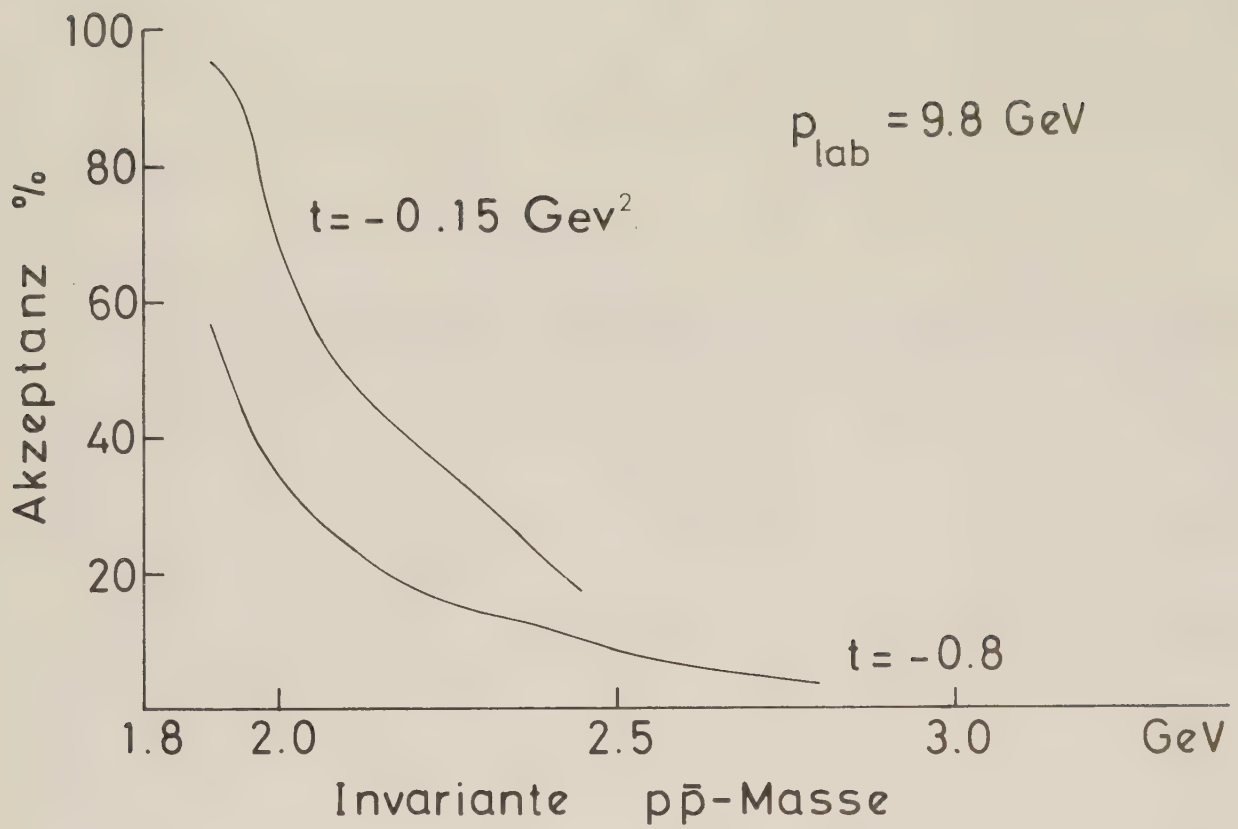


Fig.13 Akzeptanz als Funktion der invarianten $p\bar{p}$ -Masse und des Viererimpulsübertrags

V) Konfigurationsabhängige Verluste

Durch unerwünschte Wechselwirkung der Sekundärteilchen einer Reaktion im Apparat treten weitere Verluste guter Ereignisse auf, die durch Einführen von Korrekturgewichten bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten berücksichtigt werden. Die Verlustwahrscheinlichkeiten und damit die Gewichtungsfaktoren hängen im allgemeinen von der Geometrie und Kinematik der Ereignisse ab und werden deshalb für jedes Ereignis individuell berechnet. Der Gewichtungsfaktor eines einzelnen Ereignisses w_K berechnet sich als Produkt der Einzelgewichte aus den verschiedenen prozentualen Verlusten V_i zu

$$w_K = \prod_i w_i = \prod_i 100/(100 - V_i)$$

1) Delta-Elektronen im Target

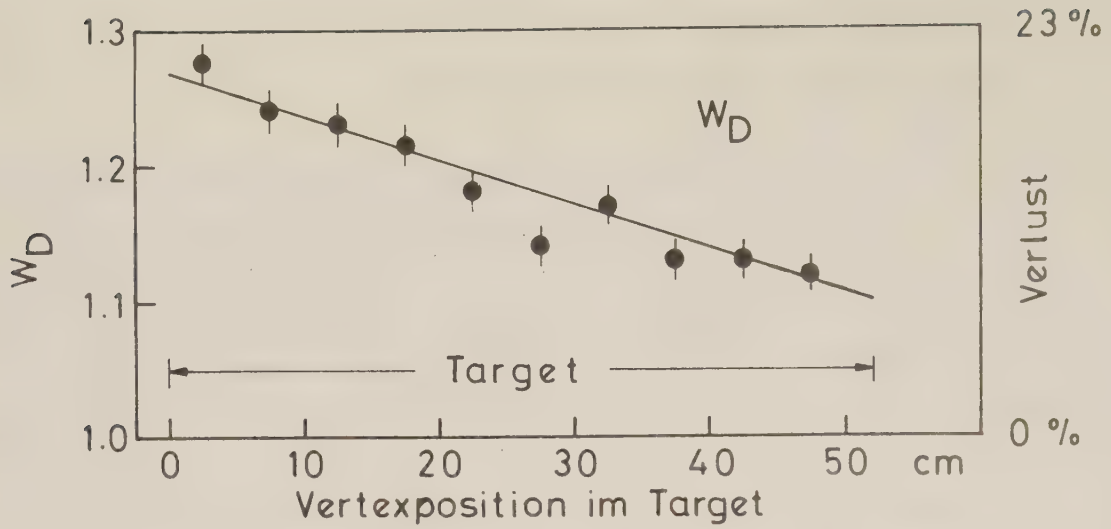
Delta-Elektronen können durch ein Signal in einem der targetinternen Antikoinzidenzzähler zum Verlust eines Ereignisses führen. Die Wahrscheinlichkeit solcher Verluste wurde aus einer Eichmessung mit in Koinzidenz geschalteten inneren Targetzählern bestimmt. Es ergab sich im wesentlichen eine lineare Abhängigkeit der Verlustrate von der Vertexposition z im Target gemäß Fig.14a, so daß als Gewichtungsfaktor für jedes Ereignis

$$w_D = 1.27 - 0.0033 \cdot z_{\text{Vertex}}(\text{cm})$$

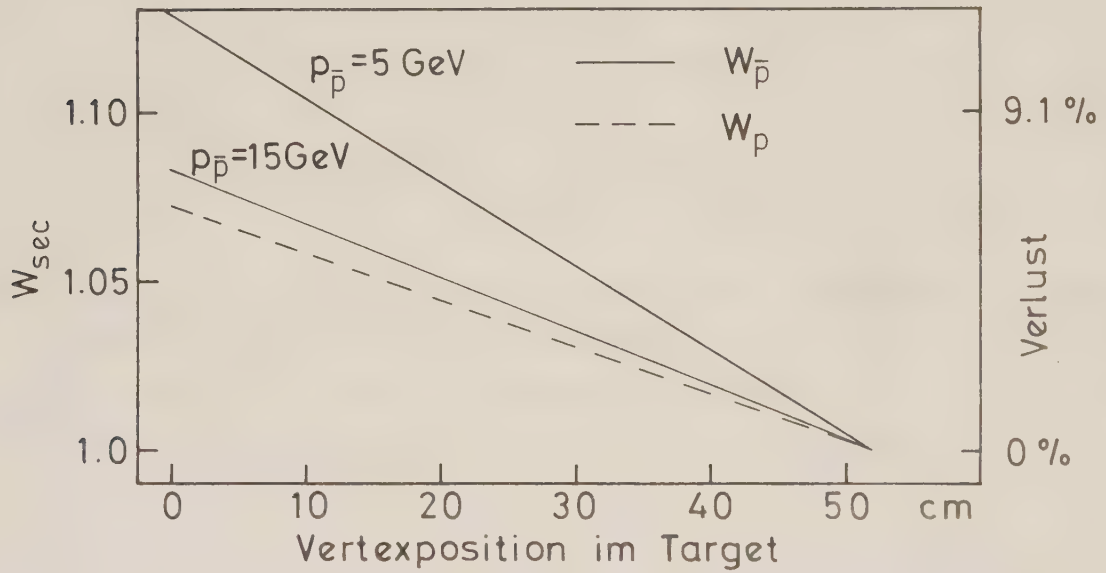
eingesetzt wurde.

2) Sekundärwechselwirkung im Target

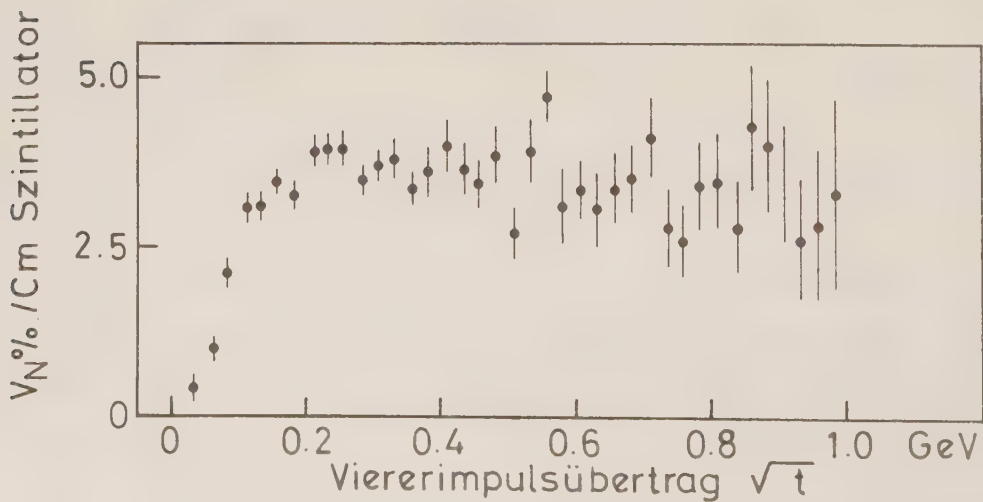
Die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung zwischen Targetprotonen und Sekundärteilchen ist durch deren Streuquerschnitt in Wasserstoff und die im Target zurückgelegten Wege l_p und $l_{\bar{p}}$ bestimmt. Während der Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt im Impulsbereich 2 - 17 GeV näherungsweise konstant ist und $\sigma_{pp} \approx 40 \text{ mb}$ beträgt²²⁾, fällt der Antiproton-Proton-Wirkungsquerschnitt etwa wie $\sigma_{p\bar{p}} \approx 1440/(|P_{\bar{p}}| + 16) \text{ mb}$ mit steigendem



a) Verluste durch δ -Elektronen im Target



b) Verluste durch Sekundärwechselwirkung



c) Verluste durch Neutronwechselwirkung

Fig. 14 Individuelle Verlustkorrekturen

Antiproton-Impuls ab. Es wurde daher ein impulsabhängiger Gewichtungsfaktor

$$w_{\text{sec}} = w_{\text{sec}}(l_p, l_{\bar{p}}, P_{\bar{p}}) = w_p(l_p) \cdot w_{\bar{p}}(l_{\bar{p}}, P_{\bar{p}}) \quad \text{mit}$$

$$w_{p/p^-} = \frac{1}{(1 - l_{p/p^-}(\text{mm}) \cdot G_{pp/p\bar{p}}(\text{mb}) \times 3.2 \times 10^{-5})}$$

zur Korrektur der Verluste durch Sekundärwechselwirkung eingesetzt. Fig.14b zeigt w_p und $w_{\bar{p}}$ für 5 bzw. 15 GeV Antiproton-Impuls als Funktion der Vertexposition im Target.

3) Neutronwechselwirkung

Das bei der Reaktion (1) entstehende Neutron tritt im allgemeinen seitwärts aus dem Targetappendix aus und verursacht durch Wechselwirkung in einem der Target-Antikoinzidenzzähler einen gewissen Verlust an guten Ereignissen. Zur Bestimmung eines Korrekturgewichts w_N wurden während des Experiments parallel zum normalen Trigger auch solche Ereignisse registriert, die genau ein zusätzliches Signal in einem der das Target umschließenden Bleisandwichzähler aufwiesen. Die hierin neben den Ereignissen mit Neutronwechselwirkung enthaltenen Ereignisse mit zusätzlichen π_0 's wurden bei der Analyse durch einen Schnitt in der fehlenden Masse bei $MM^2 = 1.02 \text{ GeV}^2$ ausgeschieden⁶⁾. Weiterhin wurden nur solche Ereignisse berücksichtigt, bei denen das Signal von dem auf der berechneten Neutrontrajektorie liegenden Zähler stammte. Aus der Zahl dieser und der Zahl gleichzeitig gemessener guter Ereignisse mit $MM^2 \leq 1.02 \text{ GeV}^2$ wurde als Funktion der kinetischen Neutronenergie bzw. des Viererimpulsübertrags $t = -(q_n - q_p)^2 \approx 2m_p E_{n\text{kin}}$ die Verlustwahrscheinlichkeit durch Neutronwechselwirkung pro cm Neutronweg im Zählmaterial $V_N(t)$ bestimmt (Fig.14c). Hieraus wurde für jedes Ereignis ein Gewichtungsfaktor

$$w_N = e^{L/L_0(t)} \approx 1 + L/L_0(t) \quad ; \quad L \ll L_0$$

als Funktion der mittleren freien Weglänge $L_0(t) = 1/V_N(t)$ im Zählmaterial und des im Zähler zurückgelegten Neutronwegs L berechnet. Die Flugzeit des Neutrons im Verhältnis zur Breite des Antikoinzidenzsignals (15nsec) wurde ebenfalls berücksichtigt.

Mittelwerte und eine Fehlerabschätzung für die Gewichte konfigurationsabhängiger Verluste zeigt die Tab.10:

Gewicht	Mittelwert	Fehler
w_D	1.18	$\pm 3\%$; $\bar{z}_{\text{Vertex}} = 28.3 \text{ cm}$
w_{sec}	1.07	$\pm 1\%$; $\bar{w}_p = 1.03$, $\bar{w}_{\bar{p}} = 1.04$
w_N	1.12	$\pm 11\%$; $\bar{t} = 0.15 \text{ GeV}^2$ $\bar{V}_N = 3.4\%$ ($L_0 = 29.4 \text{ cm}$)

Tab. 10

Die in der Analyse berechneten Gewichte w_D und w_N waren zunächst aus einem Eichexperiment mit höheren Betriebsspannungen der Targetzähler S_5 entnommen worden. Ein Vergleich mit den Eichkurven dieses Experiments in Fig.14a und 14c ergibt einen Korrekturfaktor von $k = 0.926$ ($\triangleq -8\%$) für das Produkt $w_D \cdot w_N$. Insgesamt ergibt sich bei einem mittleren Akzeptanzgewicht von $\bar{w}_A = 1.55$ für alle guten Ereignisse ein mittleres Gesamtgewicht aller individuell berechneten Korrekturen von

$$\bar{w} = k \cdot \bar{w}_A \cdot \bar{w}_K = 2.20$$

VI) Globale Verluste

Zur Bestimmung eines absoluten Wirkungsquerschnitts sind weitere, für alle Ereignisse annähernd gleiche Verluste oder Untergrundbeiträge zu berücksichtigen. Aus den einzelnen, in Tab.11 zusammengestellten Beiträgen erhält man mit der oben erwähnten Gewichtskorrektur k ein globales Gesamtgewicht von

$$w_g = 1.21 \quad \begin{matrix} + & 0.05 \\ - & 0.06 \end{matrix}$$

Damit läßt sich aus einer Zahl im Experiment beobachteter Ereignisse N^{obs} die Zahl tatsächlich produzierter Ereignisse N^{prod} berechnen:

$$N^{\text{prod}} = w_g \cdot N = w_g \cdot \sum_{i=1}^{N^{\text{obs}}} w^i ; \quad w^i = w_A^i \cdot w_K^i$$

Tab. 11 Globale Verluste

Verlust/Untergrund	(V $\pm$ dV) %			Bemerkungen
e ⁻ im Strahl	0.4	$\pm$	0.2	Raten CB ₁ und CB ₂
μ^- "	2.4	$\pm$	0.5	Messung
K ⁻ "	0.43	$\pm$	0.03	Raten CB ₁ und CB ₂
$\bar{p}$ "	0.04	$\pm$	0.01	" "
Strahl-Wechselwirkung in S ₂ , S ₃	0.5	$\pm$	0.1	4mm Szintillator, 200 μ m Papier, 60 μ m Al, 40 μ m Polyeth. 50% WW durch S ₄ registriert
WW in Target-Eintrittsfenster	0.07	$\pm$	-	190 μ m Mylar, 100 μ m Polyethylene, 20cm Luft
π^- -Zerfall zwischen S ₃ und Targetzentrum	0.09	$\pm$	0.01	Abstand 0.9m
Effekt. Targetlänge durch Appendixmaterial	-0.9	$\pm$	0.1	500 μ m Mylar
WW der Sekundärteilchen zwischen Target und S ₈	5.2	$\pm$	-	errechnet aus Materialdaten ⁺)
Antikoinzidenzzähler-Blockierung	1.9	$\pm$	0.5	Raten
Dritter Hodoskopzähler S ₈ durch δ^- Elektron ausgelöst	1.9	$\pm$	0.2	Durchmusterung am PDP9-Bildschirm und Kalibrationsexperiment
WW in oder hinter S ₈	0.4	$\pm$	0.2	" "
Zufällige dritte Spur in S ₈	0.2	$\pm$	0.1	Bildschirmdurchmusterung
Spur durch Zählerzwischenraum in S ₈	1.7	$\pm$	0.1	Geometrie und Spurverteilung im Hodoskop
S ₈ -Ineffektivität (Zähler+Koinzidenz)	1.0	$\pm$	0.5	Messung
Diskriminator-Ineffektivität	0.2	$\pm$	0.1	Rate und Totzeit
Auslöseblockierung Čerenkov C ₁	3.5	$\pm$	0.5 3.0	Raten

Verlust/Untergrund	(V $\pm$ dV) %			Bemerkungen
Zwei gleichzeitige Strahlspuren	5.0	$\pm$	1.0	Bildschirmdurchmusterung und Raten
δ -Elektronen und Rauschen in C ₁	1.3	$\pm$	0.4	Aus Messung für C ₁ -Nachweiswahrscheinlichkeit
δ -Elektronen in C ₂	0.9	$\pm$	0.3	" " C ₂ "
δ -Elektronen in Austrittsfenster S ₅	1.0	$\pm$	0.5	Schätzung aus nicht abgeschirmter Zählerfläche
π -Paar Untergrund	-1.0	$\pm$	0.5	Schätzung aus C ₁ -Kalibr.
K-Paar Untergrund	-4.0	$\pm$	2.0 1.0	Analyse (C ₂ -Schnitt)
$p\bar{p}n\pi^0$ -Endzustand	-3.0	$\pm$	2.0	Aus MM-Verteilung
Schnitt in MM	2.0	$\pm$	0.0 1.0	" "
Schnitt in Strahl-impuls P _{Lab}	0.3	$\pm$	0.2	Aus Impulsverteilung
Funkenkammer-Ineffektivität	2.0	$\pm$	1.0	Schätzung aus Zweiprong-Wirkungsgrad
Rekonstruktionsverluste	2.5	$\pm$	2.0	siehe St. 18

Tab. 11

+) Material zwischen Targetende und Zählerrhodoskop S₈

Helium	66 cm	Papier + Polyäthylen	0.034 cm
Neon	154 cm	PVC	0.030 cm
Luft	215 cm	Szintillator	0.400 cm
Mylar	0.276 cm	Aluminium	0.013 cm
Aclar	0.120 cm	Kupfer	0.038 cm

Die Verluste wurden unter Benutzung der in Ref.20 angegebenen Streulängen berechnet.

VII) Auswahlkriterien für gute Ereignisse

Die optische Kontrolle der Ereignisse auf dem PDP 9-Bildschirm während der Datennahme ergab im wesentlichen folgende Triggerzusammensetzung:

- 5 % gute Zweiprong-Ereignisse ($\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n$ -Kandidaten)
- 5 % Zweiprongs mit doppelter Strahlspur
- 22 % Zweiprongs mit Wechselwirkungen zwischen Target und Zählerhodoskop S_8
- 68 % Dreiprong-Ereignisse (Paralleltrigger)

Von 220 000 registrierten Zweiprong-Trigger lieferte die geometrische Rekonstruktion 26 714 Zweiprong-Ereignisse mit einer Strahlspur und entgegengesetztem Ladungsvorzeichen der auslaufenden Teilchen. Aus diesen wurden wie im folgenden beschrieben die guten, d.h. der $\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n$ -Hypothese entsprechenden Ereignisse ausgewählt und eine kinematische Anpassung der fehlenden Masse an die Neutronmasse durchgeführt.

In einem ersten Schritt wurden solche Ereignisse ausgewählt, die

1. ein einlaufendes Pion (markiert durch CB_1 und CB_2)
2. kein Signal in den Vetozählern S_5 oder S_6
3. kein Signal in C_1

aufwiesen. Die Verteilung der rekonstruierten Vertexkoordinaten für diese Ereignisse zeigt Fig.15. Der Strahldurchmesser in Targetmitte - Fig.15a und 15b - ist durch die Zähler S_1 bis S_4 und durch den Lochzähler in S_5 auf den Targetdurchmesser begrenzt; die Asymmetrie vor allem in x-Richtung weist auf einen Halo durch den weit geöffneten Impulsschlitz und mangelhafte Abstimmung der Strahloptik hin. Die z-Koordinate der Vertexverteilung ist in Fig.15c aufgetragen; der Anstieg der Ereignishäufigkeit zum Targetende hin ist auf die mit wachsendem Öffnungswinkel zunehmende Akzeptanz zurückzuführen. Außer den Ereignissen mit einem Vertex innerhalb des Targets zeigt Fig.15c noch einen Anteil mit Wechselwirkungen in den Strahlzählern S_2 und S_3 bei $z \approx -110$ cm und in einem in diesem Experiment nicht benutzten Szintillationszähler bei $z \approx +24$ cm.

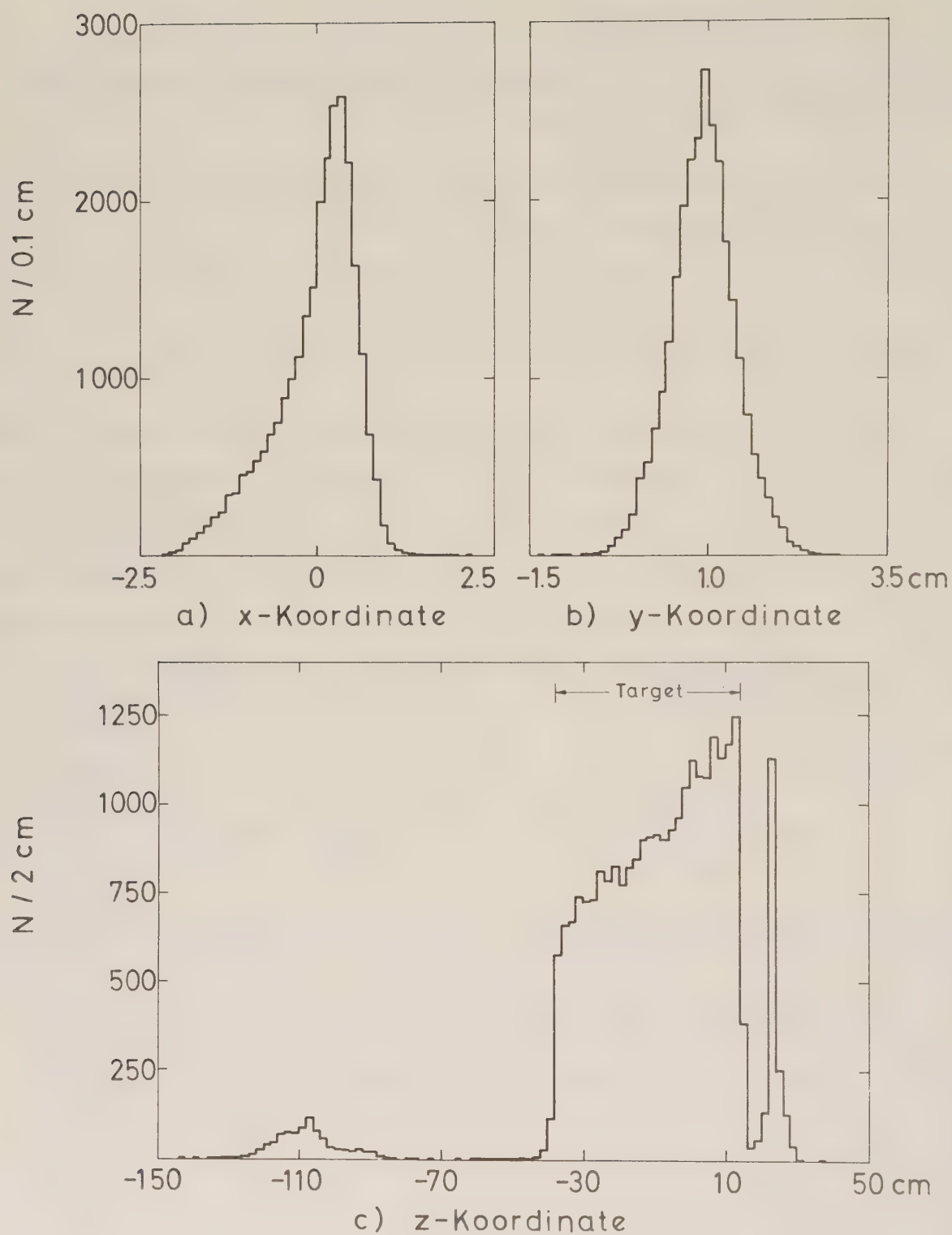


Fig.15 Verteilung der Vertexkoordinaten

Diese Ereignisse wurden durch einen Schnitt

$$4. \quad -60\text{cm} \leq z_{\text{Vertex}} \leq +18\text{cm}$$

ausgeschieden. In Übereinstimmung mit den Geometriedaten für die Akzeptanzberechnung wurde ferner gefordert, daß

$$5. \quad \text{alle Spuren innerhalb der Begrenzungen}$$

des Apparats lagen. Um Randeffekte auszuschließen, waren diese Begrenzungen etwas kleiner als die tatsächlichen Abmessungen des Apparats gewählt.

1) Strahldispersion und fehlende Masse

Die Auflösung in der fehlenden Masse konnte wesentlich verbessert werden, indem aus Strahldispersion und gemessener Strahltrajektorie für jedes Ereignis ein Näherungswert für den nicht gemessenen Strahlimpuls berechnet wurde. Die Strahldispersion, d.h. die Abhängigkeit des Strahlimpulses vor allem von der x-Koordinate, wurde zuvor aus der Impulsanalyse von Strahlspuren (s.St.16) an der Stelle des Strahlfokus z bestimmt und durch eine lineare Funktion

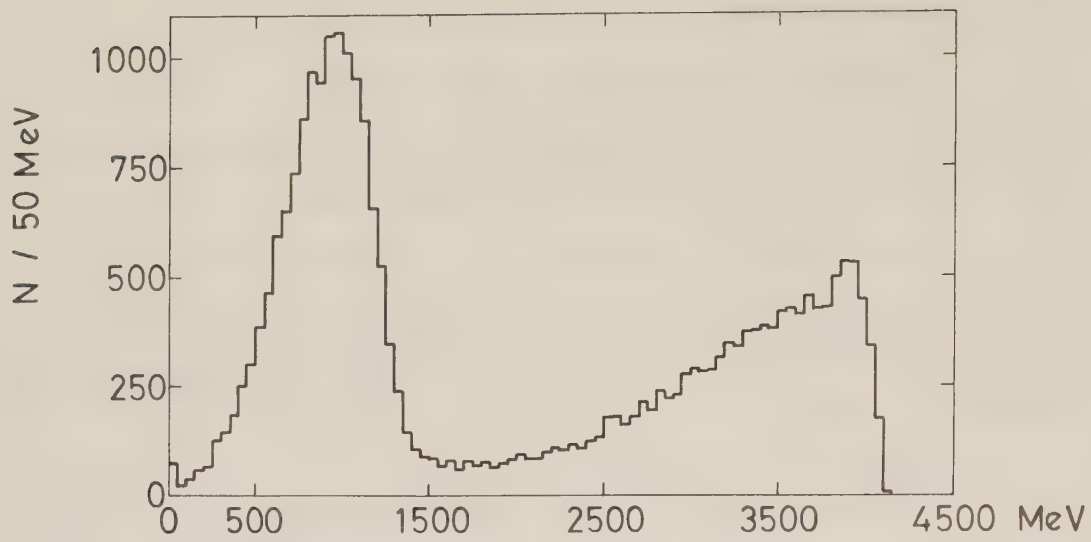
$$p_z = (18.77 + 0.042 \cdot x) \text{ GeV} \quad \text{für } z = -45\text{cm}$$

approximiert. Fig.16a zeigt die Verteilung der fehlenden Masse bei Einsetzen eines konstanten mittleren Strahlimpulses; die Breite des Neutronsignals bei 940 MeV beträgt $\sigma = 260 \text{ MeV}$. Das Neutronsignal in Fig.16b, der mit Dispersionskorrektur für den Strahlimpuls gerechneten Verteilung der fehlenden Masse, ist demgegenüber nur noch $\sigma = 130 \text{ MeV}$ breit.

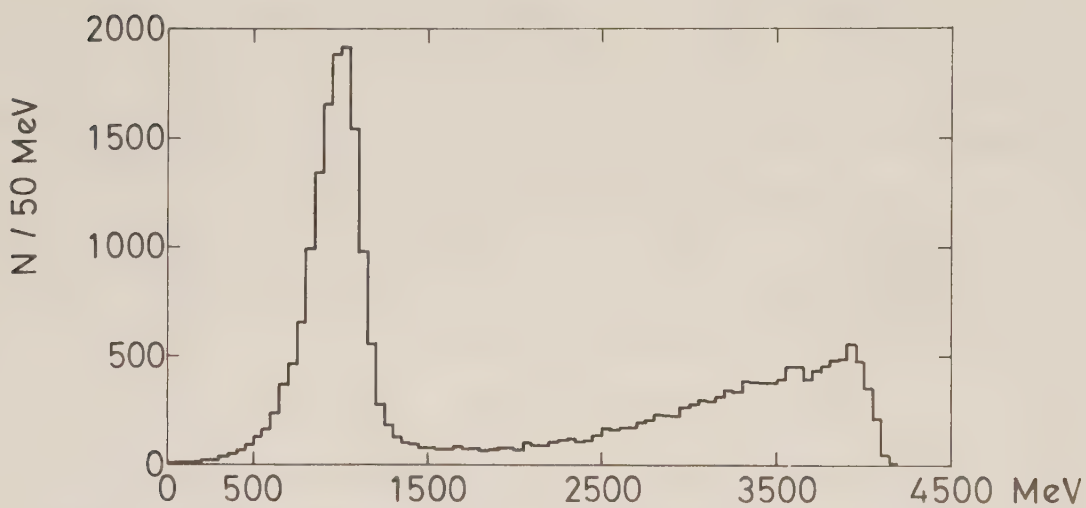
Das breite, sich zu höheren Massen an das Neutronsignal anschließende Maximum in Fig.16a und 16b ist auf Reaktionen mit zusätzlichen schnellen π^0 's zurückzuführen, die durch das Targetfenster in Vorwärtsrichtung austreten und vom Antikoinzidenzzählersystem nicht erfaßt werden. Diese Ereignisse wurden durch einen Schnitt in der fehlenden Masse

$$6. \quad 0.1 \leq \text{fehlende Masse MM} \leq 1500 \text{ MeV}$$

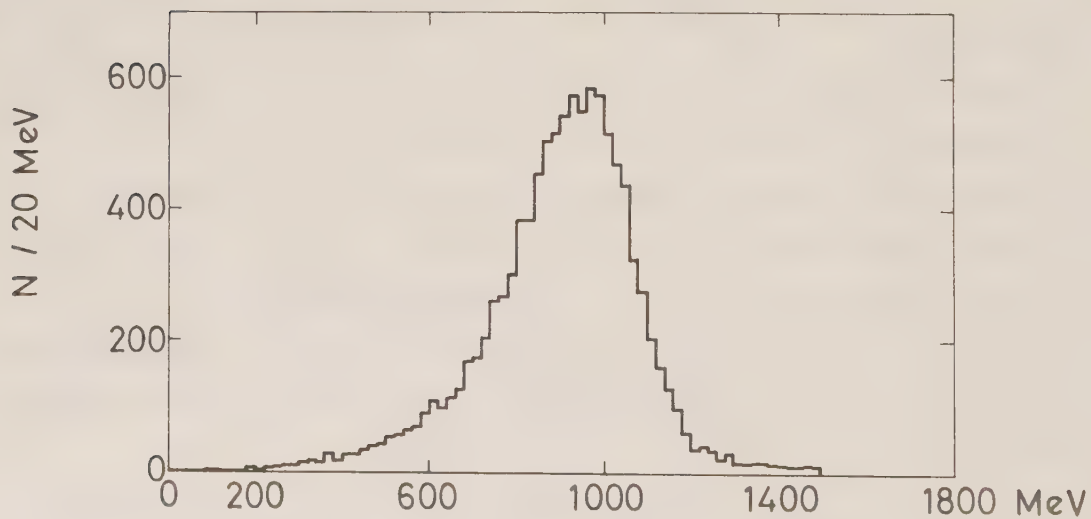
von der weiteren Analyse ausgeschlossen. Der verbleibende Untergrund an Ereignissen mit zusätzlicher π^0 -Produktion



a) Alle Ereignisse, unkorrigiert.



b) Alle Ereignisse, korrigiert.



c) Elastische Ereignisse, korrigiert.

Fig.16 Verteilung der fehlenden Masse

wird aus Fig.16b auf kleiner 3% abgeschätzt. Der Verlust an guten Ereignissen durch den Schnitt bei 1.5 GeV fehlender Masse beträgt maximal 2%.

2) Teilchenidentifikation im Čerenkovhodoskop

Durch die Auswahlbedingungen 1. bis 6. wurden 55% der ursprünglich rekonstruierten Ereignisse verworfen. In den verbleibenden 45% sind noch symmetrische Kaonpaare mit Impulsen nahe der Kaonschwelle in C_1 enthalten. Diese wurden mit Hilfe des zweiten Čerenkovhodoskops C_2 durch folgende Forderungen ausgeschieden:

7. Strahlimpuls $p_z \geq 17.2$ GeV ($\approx$ doppelter Schwellenimpuls für den Kaonnachweis in C_2)
8. mindestens ein Teilchen mit Impuls ≥ 8.6 GeV durch C_2
9. kein Licht in C_2 oder Rauschen

Als Rauschen wurden solche Ereignisse interpretiert, bei denen die Trajektorien beider Teilchen außerhalb des empfindlichen Bereichs der signalgebenden Hodoskopzelle lagen (321 Ereignisse).

In Fig.17 ist zur Überprüfung des Auswahlverfahrens die - nicht akzeptanzkorrigierte - Verteilung der invarianten Masse der aussortierten Kaonpaare aufgetragen (1326 Ereignisse). Es werden drei Maxima, entsprechend den in K^+K^- zerfallenden Mesonresonanzen²²⁾ Φ (1019 MeV), f und A_2 (1269 bzw. 1310 MeV, nicht getrennt) und g (1680 MeV) beobachtet.

Eine Vorstellung von der Effizienz der Kaon-Unterdrückung durch C_2 geben auch die Impulsverteilungen der Fig.18: Die Impulse beider Kaonen für den Fall, daß mindestens eines davon Licht in C_2 gegeben hatte, sind in Fig.18a aufgetragen. Das durch die Schwellen für den Kaonnachweis in C_1 und C_2 begrenzte Impulsspektrum entspricht dem der ausgeschlossenen Kaonpaare der Fig.17. Das Histogramm der Fig.18b zeigt für solche Paare, bei denen nur ein Kaon Licht gegeben hatte, die Impulse dieser Kaonen. Das Spektrum steigt erwartungsgemäß

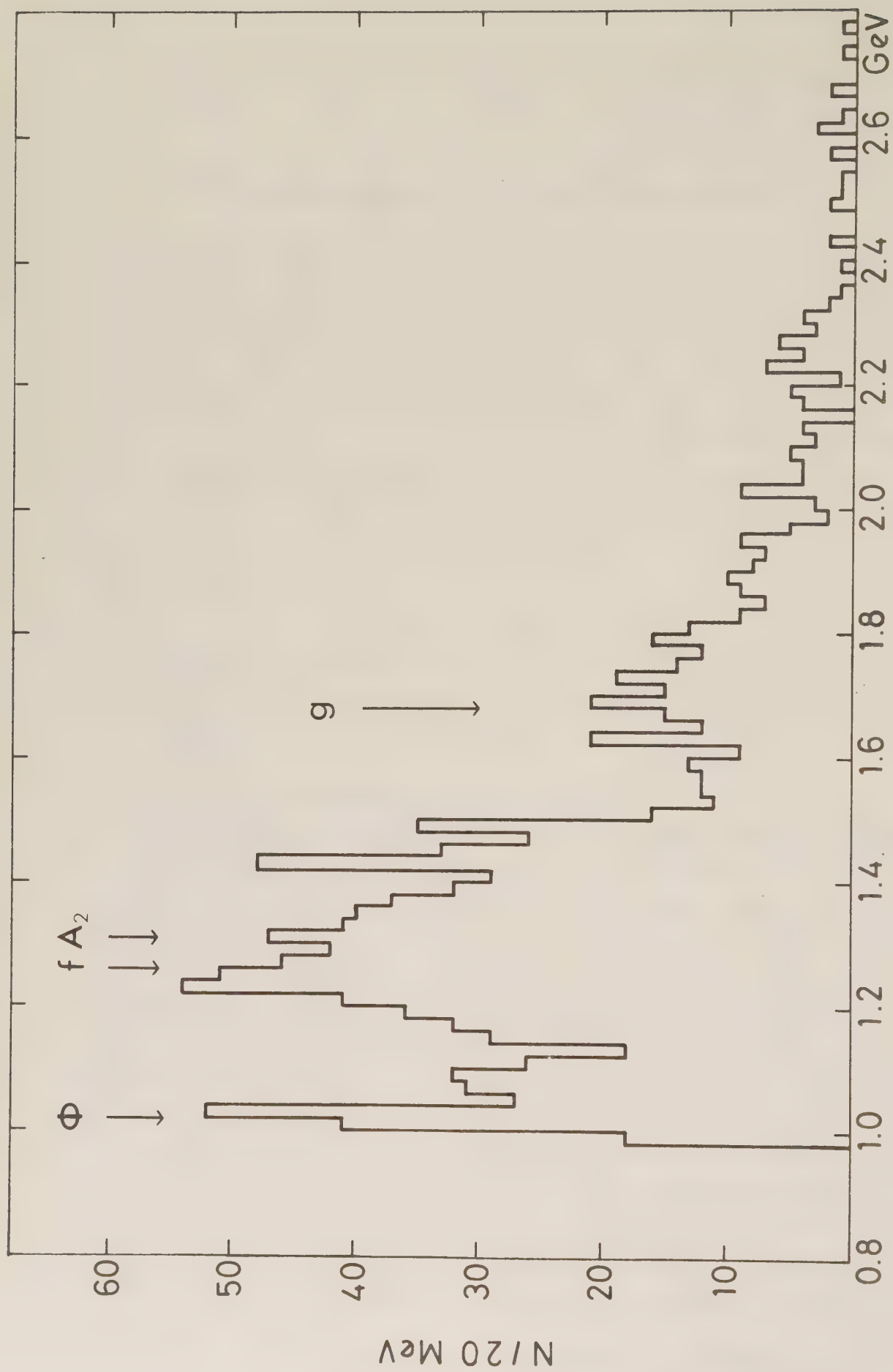


Fig. 17 Verteilung der invarianten Masse für Kaonpaare

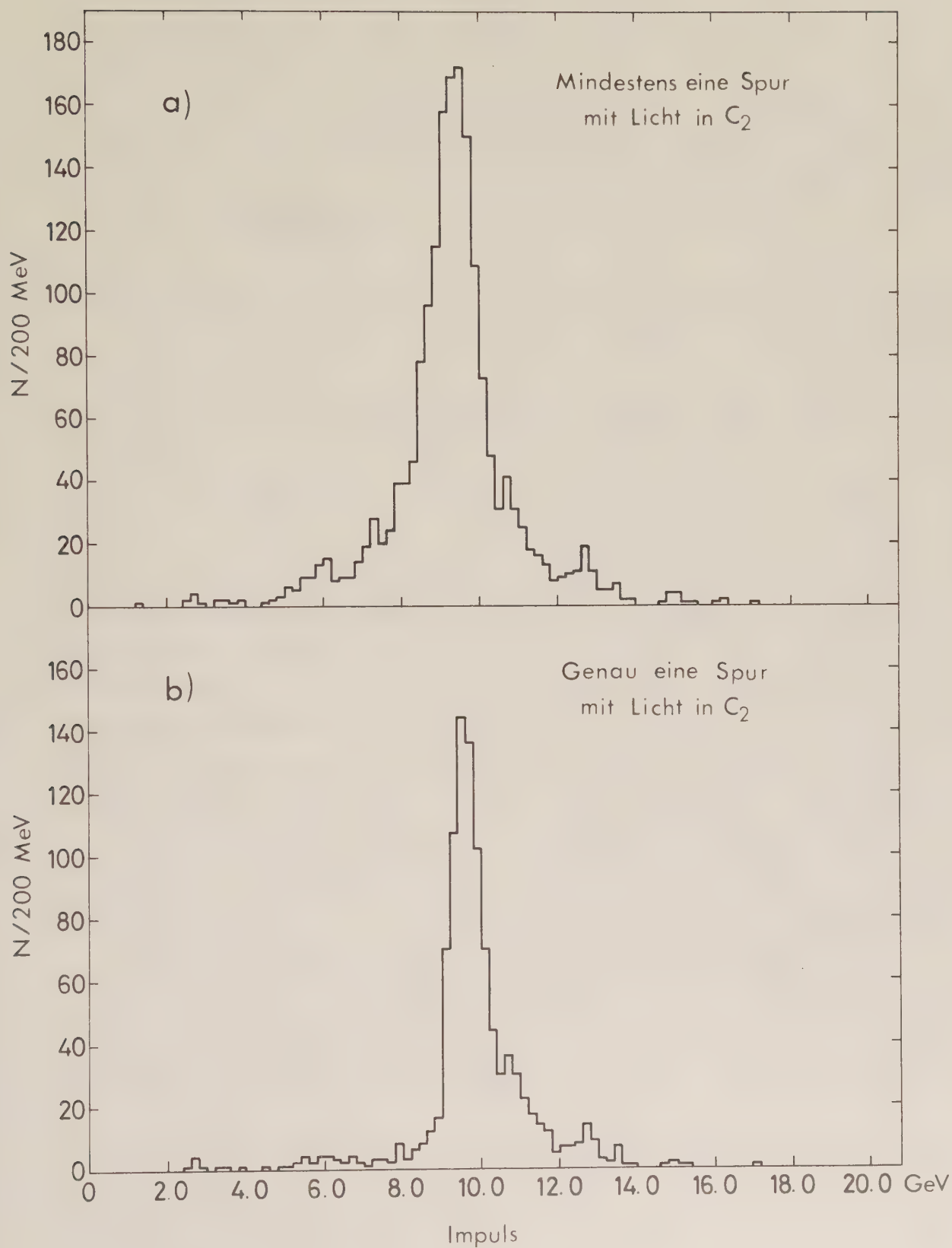


Fig.18 Impulsverteilung für Kaonpaare

an der Kaonschwelle bei 8.6 GeV steil an und zeigt oberhalb der Schwelle eine geringe Ineffektivität des Hodoskops C_2 , aus der ein Untergrund an Kaonpaaren von ca. 4% resultiert.

Für die durch die Bedingungen 1. bis 9. ausgewählten Ereignisse wurde die kinematische Anpassung an die $p\bar{p}n$ -Hypothese durchgeführt, und es wurden Korrekturgewichte für Akzeptanz und konfigurationsabhängige Verluste berechnet. Ein letzter Schnitt in der Akzeptanz

$$10. \quad 1. \leq w_A \leq 20. \quad (5\% \text{ Akzeptanz})$$

schloß 6 Ereignisse bei hohen M, t -Werten aus und ergab endgültig mit der in Fig.16c dargestellten Verteilung der fehlenden Masse

$$\underline{10 \ 605 \ \text{gute} \ \pi^- p \rightarrow p\bar{p}n - \text{Ereignisse bei 18.8 GeV}}$$

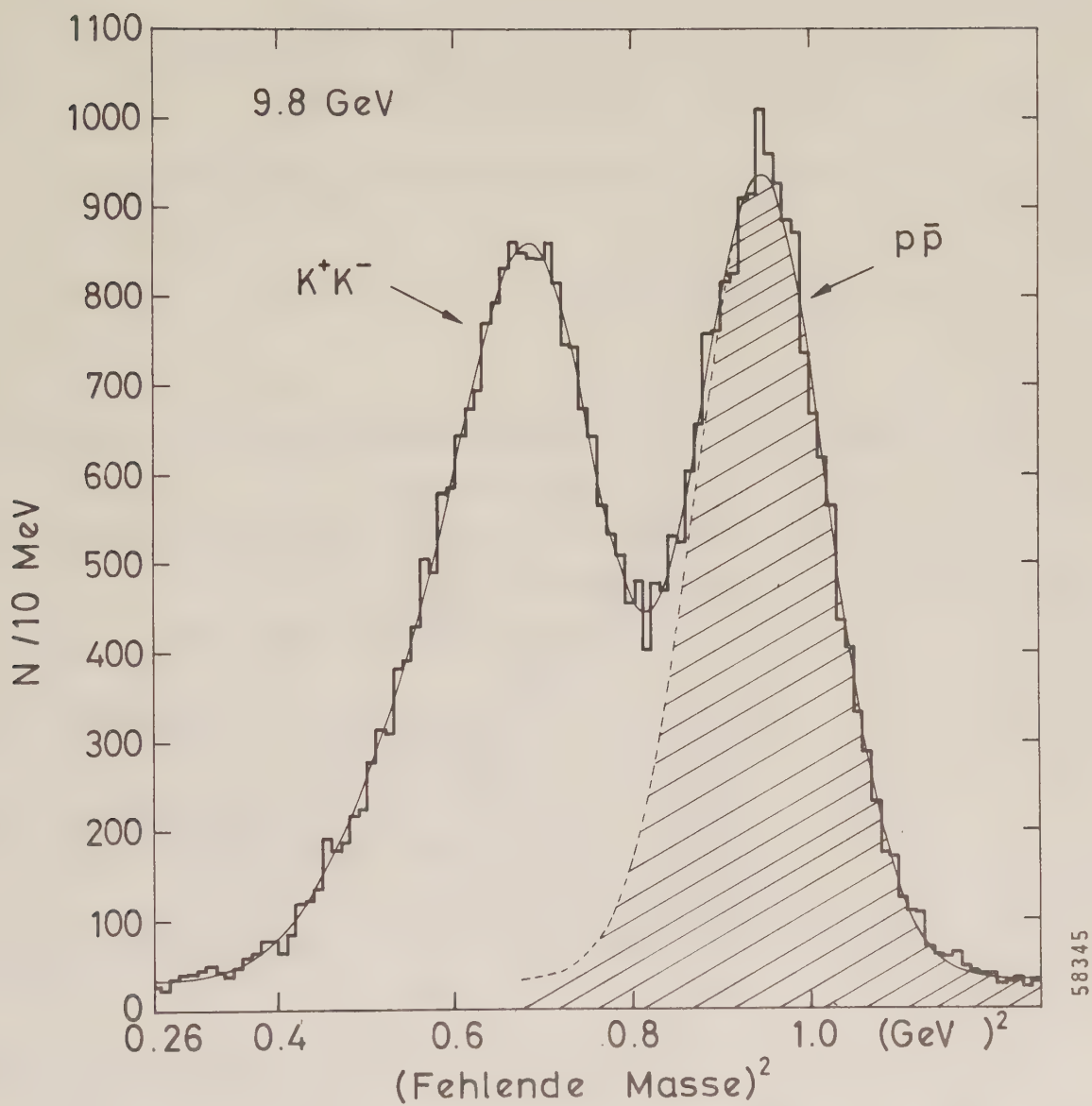
VIII) Datenauswahl im 9.8 GeV - Experiment

Für das Experiment bei 9.75 GeV mittlerem Laborimpuls stand nur das Čerenkovhodoskop C_1 zur Unterdrückung von Pionen mit Impulsen oberhalb 2.7 GeV zur Verfügung. Die gleichzeitig gemessenen Endzustände K^+K^-n (s. Ref. 4) und $p\bar{p}n$ wurden deshalb nach der wie bei 18.8 GeV durchgeführten Analyse durch einen Schnitt in der Verteilung des Quadrates der fehlenden Masse getrennt. Fig.19 zeigt diese Verteilung, wobei als Masse der zwei geladenen, nicht identifizierten Sekundärteilchen für alle Ereignisse die Protonmasse eingesetzt wurde. Neben dem Neutronsignal bei 883 MeV^2 mit einer Breite von $\sigma = 75 \text{ MeV}^2$ (dispersionskorrigierter Strahlimpuls) für $p\bar{p}n$ -Endzustände tritt ein zweites Maximum bei niedrigerer Masse durch die Fehlinterpretation der Kaonpaare als Proton-Antiproton auf. Der zwischen beide Maxima gelegte Schnitt

$$0.815 \leq (\text{fehlende Masse})^2 \leq 1.25 \text{ GeV}^2$$

ergab im Bereich $M_{p\bar{p}} \leq 2.7 \text{ GeV}$ und $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$ (2% minimale Akzeptanz) bei einem hauptsächlich aus Kaonpaaren bestehenden Untergrund von $\leq 12\%$ und einem Verlust an guten Ereignissen von 8%

$$\underline{13 \ 923 \ \text{gute} \ \pi^- p \rightarrow p\bar{p}n - \text{Ereignisse bei 9.8 GeV}}$$



58345

Fig.19 $(\text{Fehlende Masse})^2$ für K^+K^- und $p\bar{p}$ -Paare,
interpretiert als $p\bar{p}$

D) Ergebnisse

I) Der absolute Wirkungsquerschnitt

1) Berechnung der Wirkungsquerschnitte

Aus der Definition eines Streuquerschnittes

$$\sigma = \frac{\text{Zahl d. Wechselwirkungen/Zahl d. Primärteilchen}}{\text{Zahl der Streuzentren pro cm}^2}$$

ergibt sich der absolute Wirkungsquerschnitt für Reaktion (1) zu:

$$\sigma = \frac{N^{\text{prod}}}{N^{\text{inc}}} \cdot \frac{A}{l \cdot L \cdot \rho} = N \cdot \sigma_1 \quad \text{cm}^2$$

$$N^{\text{prod}} = w_g \cdot \sum_1^{N_{\text{obs}}} w_1 = \text{Zahl produzierter Ereignisse}$$

$$N^{\text{inc}} = \text{Zahl primärer Pionen}$$

$$A = \text{Atomgewicht des Wasserstoffs} = 1.008 \text{ g}$$

$$l = \text{Targetlänge} = (52 \pm 1) \text{ cm}$$

$$L = \text{Zahl der Wasserstoffmoleküle pro Mol} = 6.023 \times 10^{23}$$

$$\rho = \text{Dichte des Wasserstoffs am Siedepunkt (1 atm)} = 0.0708 \text{ g/cm}^3$$

$$N = \sum w_1 = \text{Summe der individuellen Gewichte aller im Experiment beobachteten guten Ereignisse}$$

$$\sigma_1 = \text{Wirkungsquerschnitt für ein individuell gewichtetes Ereignis}$$

Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts wurden nur solche Zählraten N^{prod} und N^{inc} berücksichtigt, die unter einwandfreien experimentellen Bedingungen aufgezeichnet worden waren. Diese "Eichraten" und die daraus erhaltenen Wirkungsquerschnitte sind in Tab.12 für verschiedene M,t-Bereiche angegeben. Im Gegensatz zu einem Experiment mit 4π -Akzeptanz (z.B. Blaskammer) ist die Messung eines totalen, d.h. über alle physikalisch möglichen Werte der kinematischen Variablen integrierten Wirkungsquerschnittes in diesem Experiment (Vorwärtsspektrometer) nicht möglich.

Tab. 12 Wirkungsquerschnitte
=====

$P_{\text{Lab}} = 18.8 \text{ GeV}$

Bereich	N^{inc}	N^{prod}	$\sigma \pm d\sigma$
$M \leq 3.2 \text{ GeV}$ $t \leq 1.0 \text{ GeV}^2$	8.21×10^8	9130 (3309 beob.)	5.1 ± 0.3 $- 0.4 \text{ } \mu\text{b}$
$1.94 \leq M \leq 2.04 \text{ GeV}$ $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$	""	953 (537 beob.)	0.53 ± 0.02 $- 0.03 \text{ } \mu\text{b}$
$M \leq 2.275 \text{ GeV}$ $0.11 \leq t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$	""	1585 (700 beob.)	0.88 ± 0.06 $- 0.06 \text{ } \mu\text{b}$

$P_{\text{Lab}} = 9.8 \text{ GeV}$

Bereich	N^{inc}	N^{prod}	$\sigma \pm d\sigma$
$M \leq 2.7 \text{ GeV}$ $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$	7.92×10^8	11 410 (2368 beob.)	6.5 ± 0.4 $- 0.5 \text{ } \mu\text{b}$
$M \leq 2.275 \text{ GeV}$ $0.11 \leq t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$	""	5480 (1242 beob.)	3.2 ± 0.2 $- 0.2 \text{ } \mu\text{b}$

Tab. 12 /

Die Wirkungsquerschnitte für je ein individuell korrigiertes (gewichtetes) Ereignis betragen:

$$\sigma_1 = 0.213 \pm 0.010 \text{ nb bei } 18.8 \text{ GeV}$$

und

$$\sigma_1 = 0.156 \pm 0.006 \text{ nb bei } 9.8 \text{ GeV}$$

=====

Der im Massenintervall $1.94 \leq M \leq 2.04$ gemessene Wirkungsquerschnitt von $0.53 \mu\text{b}$ ist konsistent mit dem in Ref. 14 angegebenen Wirkungsquerschnitt von $5.43 \pm 1.23 \mu\text{b/GeV}$ bei 15 GeV Laborimpuls (320 Ereignisse).

2) Energieabhängigkeit

Die Messung des absoluten Wirkungsquerschnittes bei zwei verschiedenen Laborenergien ermöglicht es, die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes mit Modellaussagen für bestimmte Produktionsprozesse wie z. B. OPE zu vergleichen. Um Normalisierungsschwierigkeiten durch unterschiedliches $t_{\min}$ bei 9.8 und 18.8 GeV Laborimpuls zu umgehen, wurde das M, t -Intervall

$$M \leq 2.275 \text{ GeV} \\ t_{\min} < 0.11 \leq t \leq 0.3 \text{ GeV}^2 \quad \text{gewählt und} \quad \sigma \sim p_{\text{Lab}}^{-a}$$

angesetzt. Aus den Werten der Tab. 12 findet man für den Exponenten a :

$$a = \frac{\ln(\sigma_{18.8}/\sigma_{9.8})}{\ln(9.8/18.8)} = 1.96 \pm 0.15$$

=====

Eine solche Energieabhängigkeit $a \approx 2$ wird theoretisch durch die Chew-Low-Formel¹⁰⁾ für den Eipionenaustausch gefordert, und sie wird experimentell beispielsweise bei der hauptsächlich über OPE verlaufenden²³⁾ ϱ^0 - und f^0 -Resonanzproduktion mit¹⁶⁾

$$\text{und} \quad a(\pi^- p \rightarrow \varrho^0 n) = 1.89 \pm 0.09$$

$$a(\pi^- p \rightarrow f^0 n) = 2.18 \pm 0.23$$

beobachtet. Wie im folgenden noch näher gezeigt wird, dominiert der Eipionenaustausch auch den Produktionsprozeß der Reaktion (1) in diesem Experiment; dies wird durch das gefundene Energieverhalten des Wirkungsquerschnitts bestätigt. Demgegenüber zeigt eine über ϱ -Austausch verlaufende Reaktion wie $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ eine deutlich schwächere Energieabhängigkeit¹⁶⁾

$$a(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) = 1.18 \pm 0.12$$

Allerdings wird eine Energieabhängigkeit $\sigma \sim p_{\text{Lab}}^{-2}$ auch bei Reaktionen gefunden, die nicht notwendigerweise über OPE verlaufen oder bei denen Einpionenaustausch unmöglich ist (z.B. π^0 -Photoproduktion). Die Bedingung $a=2$ ist demnach zwar notwendig, nicht aber hinreichend für Einpionenaustausch.

II) Das $p\bar{p}$ - Massenspektrum

1) Energieverteilung im $p\bar{p}n$ -Endzustand

Für die drei in Reaktion (1) erzeugten Sekundärteilchen lassen sich drei verschiedene invariante Massen entsprechend der Definition

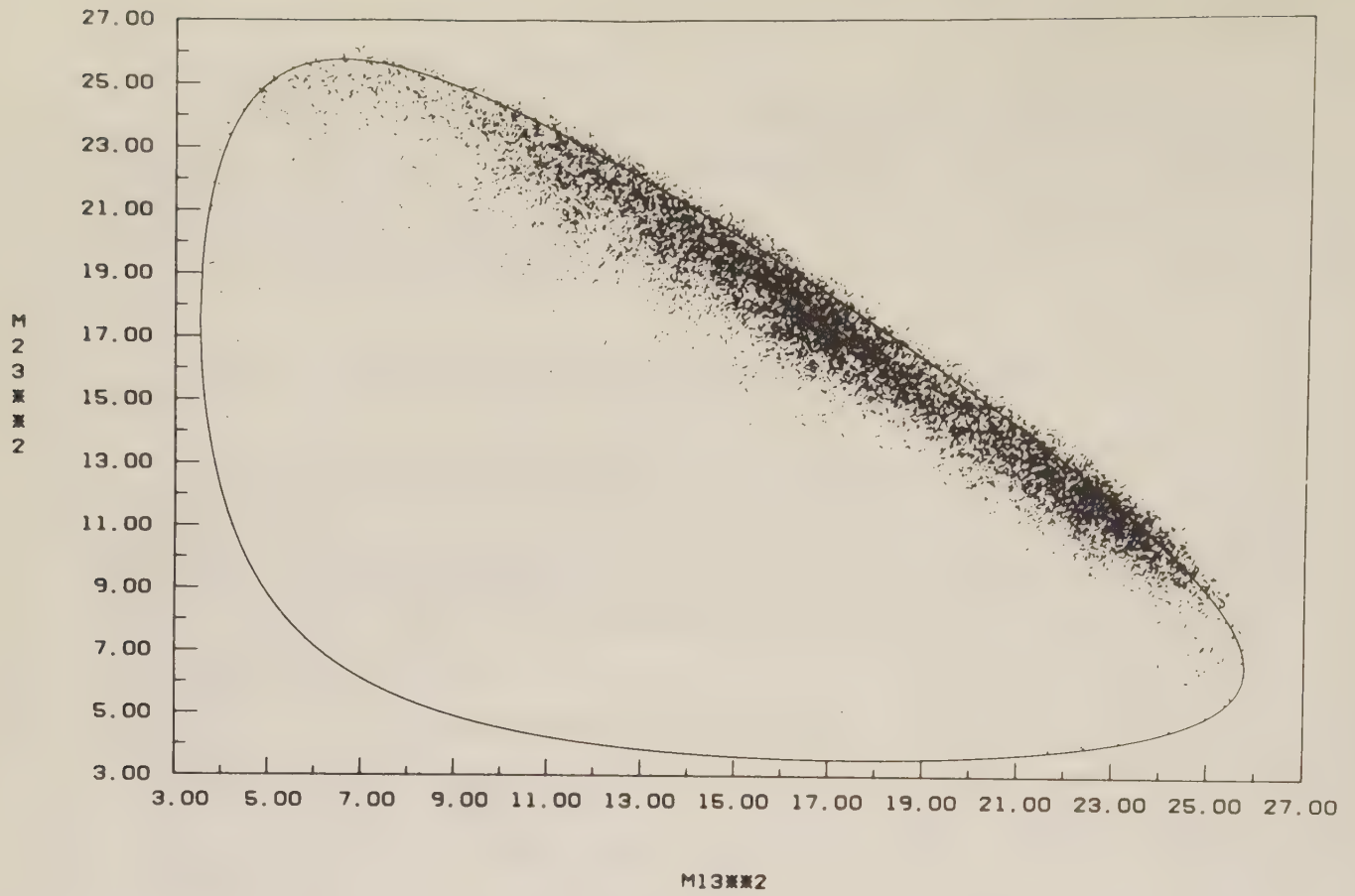
$$M_{ik}^2 = (E_i + E_k)^2 - (\mathbf{p}_i + \mathbf{p}_k)^2 \quad ; \quad i,k = \begin{cases} 1 = p \\ 2 = \bar{p} \\ 3 = n \end{cases}$$

angeben. Als Beispiel für eine beobachtete, nicht akzeptanzkorrigierte Massenverteilung zeigt Fig.20 die Massenkombinationen $M_{23}^2 = M_{\bar{p}n}^2$ und $M_{13}^2 = M_{pn}^2$ in einem Dalitzplot bei 9.8 und 18.8 GeV. Die eingezeichneten physikalischen Grenzen beziehen sich jeweils auf den mittleren Strahlimpuls, so daß einige Ereignisse mit hohen Pionimpulsen außerhalb der Begrenzungskurven liegen. Die meisten Ereignisse sind, insbesondere bei 18.8 GeV, in einem schmalen Band nahe der oberen Grenze bei hohen Proton- bzw. Antiprotonenergien konzentriert. Wie aus Fig.21a und 21b ersichtlich, wird in für periphere Prozesse charakteristischer Weise⁸⁾ praktisch die gesamte Energie des einlaufenden Pions auf das produzierte $p\bar{p}$ -System übertragen. Die mittlere Energie des auslaufenden Neutrons in Fig. 21c beträgt dagegen nur wenig mehr als die Ruhemasse. Ereignisse mit hochenergetischen Neutronen in Vorwärtsrichtung könnten aus Akzeptanzgründen nicht beobachtet werden.

2) Die invariante $p\bar{p}$ -Masse

Die beobachtete und die gewichtete, d.h. für alle individuell berechneten Verluste korrigierte Verteilung der in-

RUN15, PI-P TO P-PBAR-N, PLAB=18.8 GEV



RUN10/11, PPBAR, 9.8 GEV

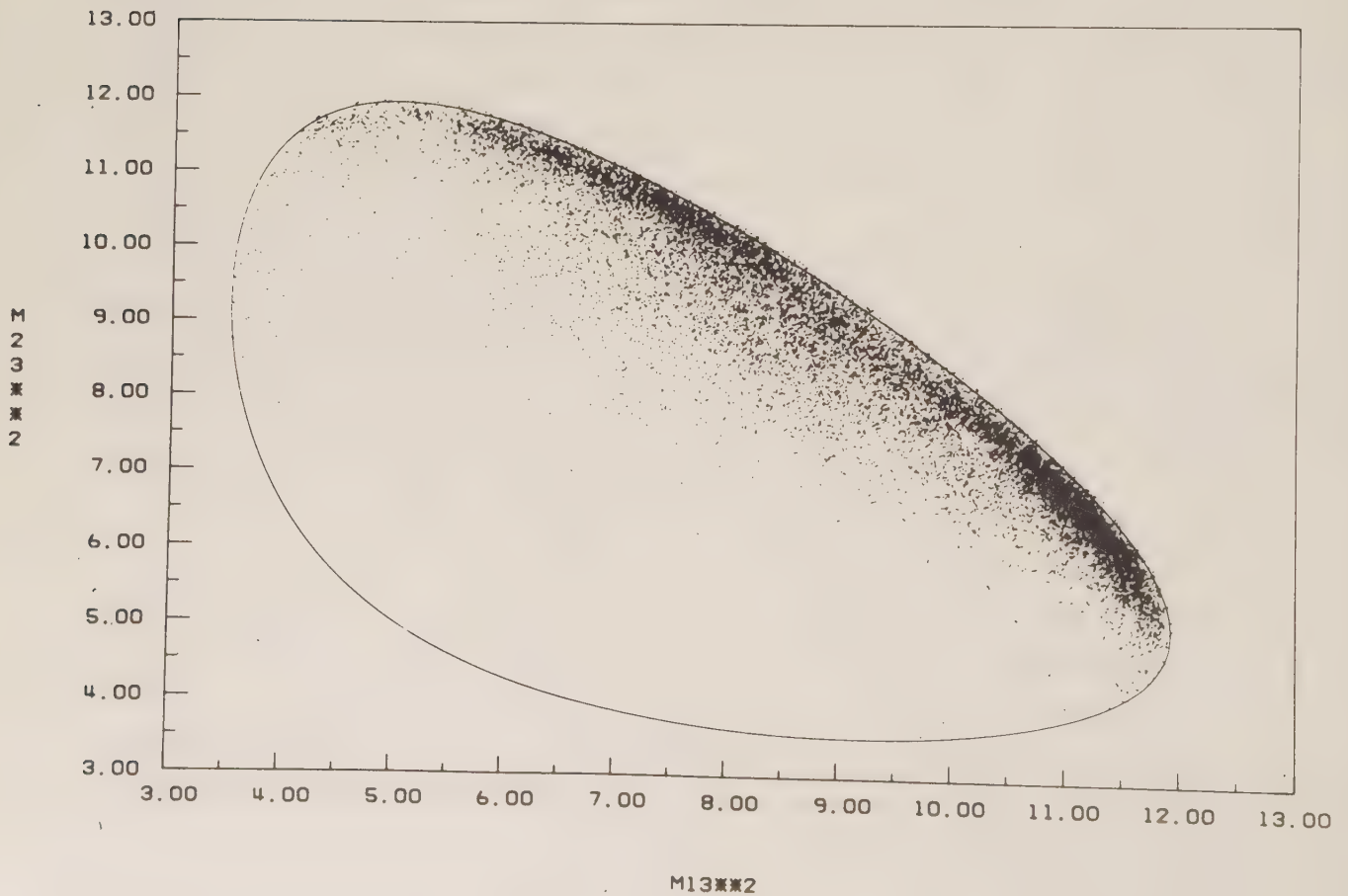


Fig. 20

$$M_{\bar{p}n}^2 / M_{pn}^2$$

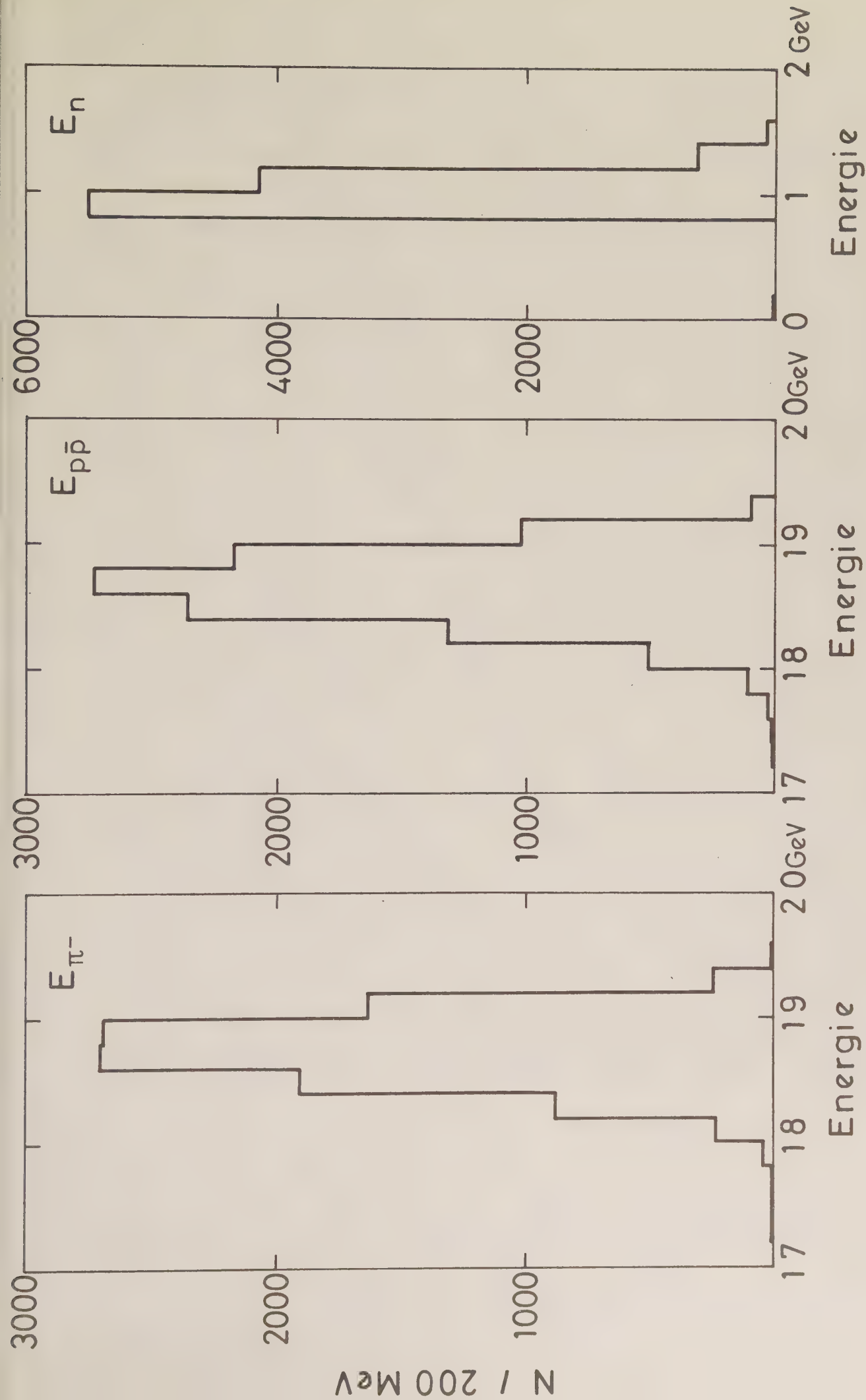


Fig. 21 Energieverteilung in der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \bar{p} p n$

varianten Masse $M_{12} = M_{p\bar{p}}$ zeigt Fig.22. Das Massenspektrum steigt an der Schwelle bei $2m_p = 1.88 \text{ GeV}$ steil an, erreicht ein Maximum bei 2.12 GeV und fällt dann gleichmäßig zu höheren Massen hin ab. Trotz der guten Massenauflösung (s. Fig.10b) von $\sigma = 3 \text{ MeV}$ bei 2.1 GeV Masse zeigt das Spektrum keine schmalen, statistisch signifikanten Strukturen. Dies ist insofern überraschend, als in den letzten Jahren wiederholt über solche Strukturen in $p\bar{p}$ -Annihilationen berichtet wurde (Für eine ausführliche Diskussion der vielfältigen, in $p\bar{p}$ -Annihilationsexperimenten beobachteten Effekte siehe Ref.12). Zum Vergleich sind die Massenbereiche der im wesentlichen drei vermuteten Resonanzen S, T und U in Fig.22 ebenfalls eingetragen. Auch die beiden verhältnismäßig breiten, in Zählerexperimenten mit hoher Statistik nach einer Untergrundsubtraktion im $p\bar{p}$ -Resonanzwirkungsquerschnitt²⁴⁾ beobachteten Maxima in der T- bzw. U-Region finden keine Entsprechung im $p\bar{p}$ -Massenspektrum dieses Experiments.

Ist der Produktionsmechanismus für Reaktion (1) der gleiche bei 18.8 wie bei 9.8 GeV Laborimpuls, so muß auch der Verlauf der $p\bar{p}$ -Massenspektren bei beiden Energien qualitativ übereinstimmen. Fig.23a, das gemessene und das gewichtete Massenspektrum bei 9.8 GeV , zeigt tatsächlich die gleiche Struktur wie das 18.8 GeV -Spektrum mit nur einem breiten Maximum bei 2.07 GeV invarianter Masse. Ein direkter Vergleich der beiden Massenspektren läßt sich unter der Annahme durchführen, daß der beobachtete Unterschied auf das bei beiden Energien unterschiedliche $t_{\min}$ zurückzuführen ist und daß die t -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts in jedem Massenintervall durch die Chew-Low-Gleichung für den Eipionenaustausch beschrieben wird: Dann läßt sich der Wirkungsquerschnitt bei gegebenem Laborimpuls P_{Lab} als Funktion von $m = M_{p\bar{p}}$ und t in der Form (s. Kapitel III):

$$\frac{d^2\sigma}{dm dt} = F_1(t) \cdot F_2(m) / P_{\text{Lab}}^2$$

schreiben, und durch Integration über $t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$ erhält man:

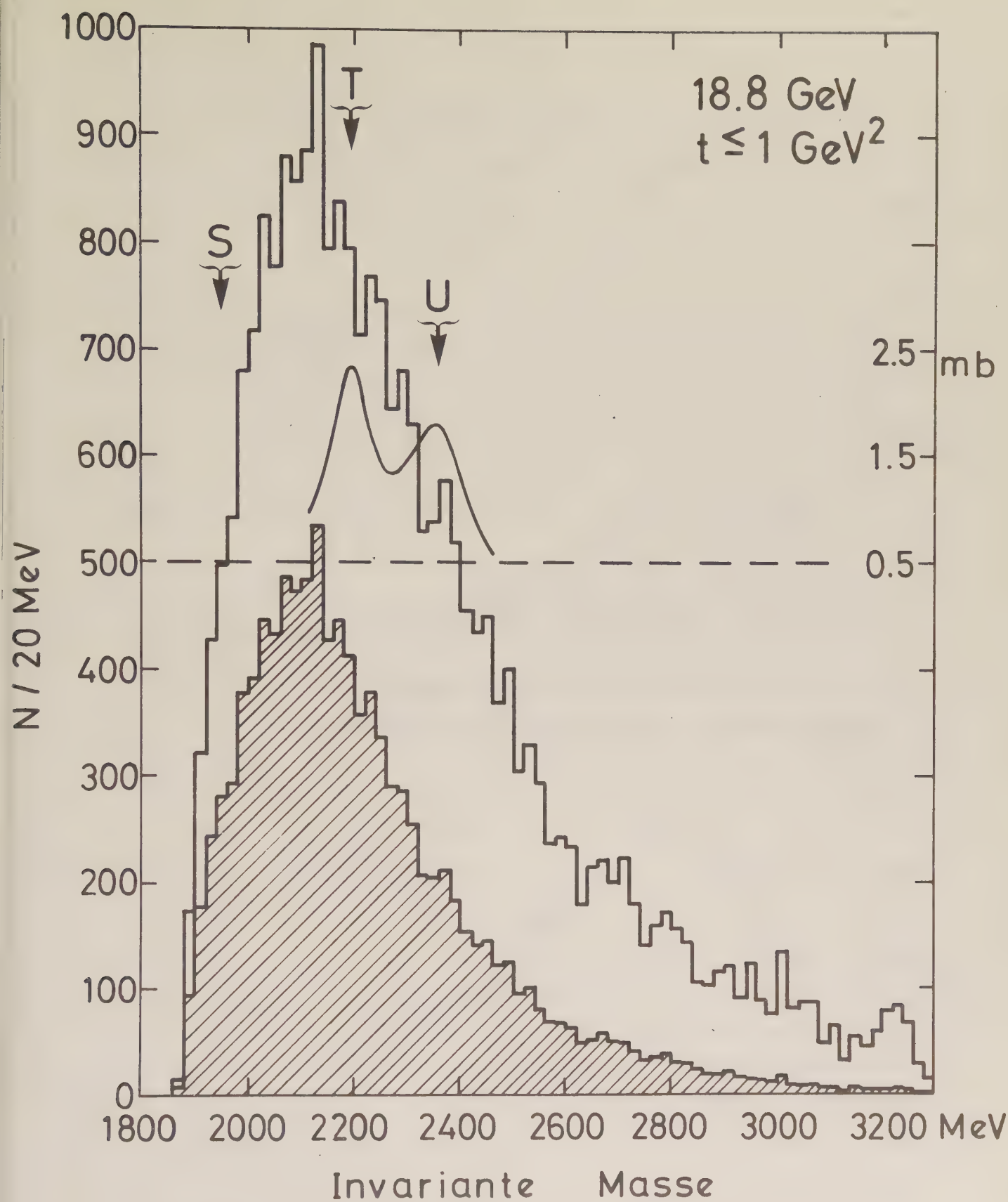
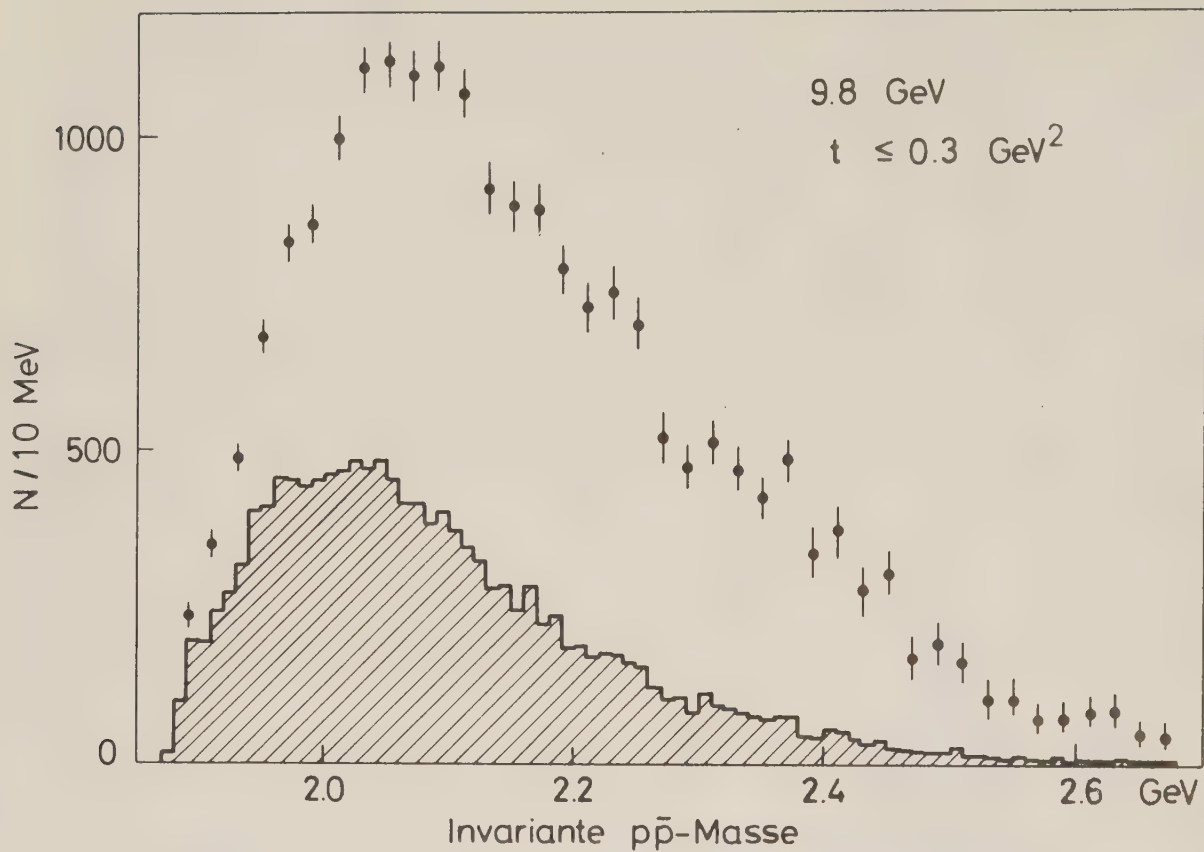


Fig. 22

Spektrum der invarianten
 $p\bar{p}$ -Masse

- gemessen
- gewichtet



a) Gemessenes und korrigiertes Massenspektrum

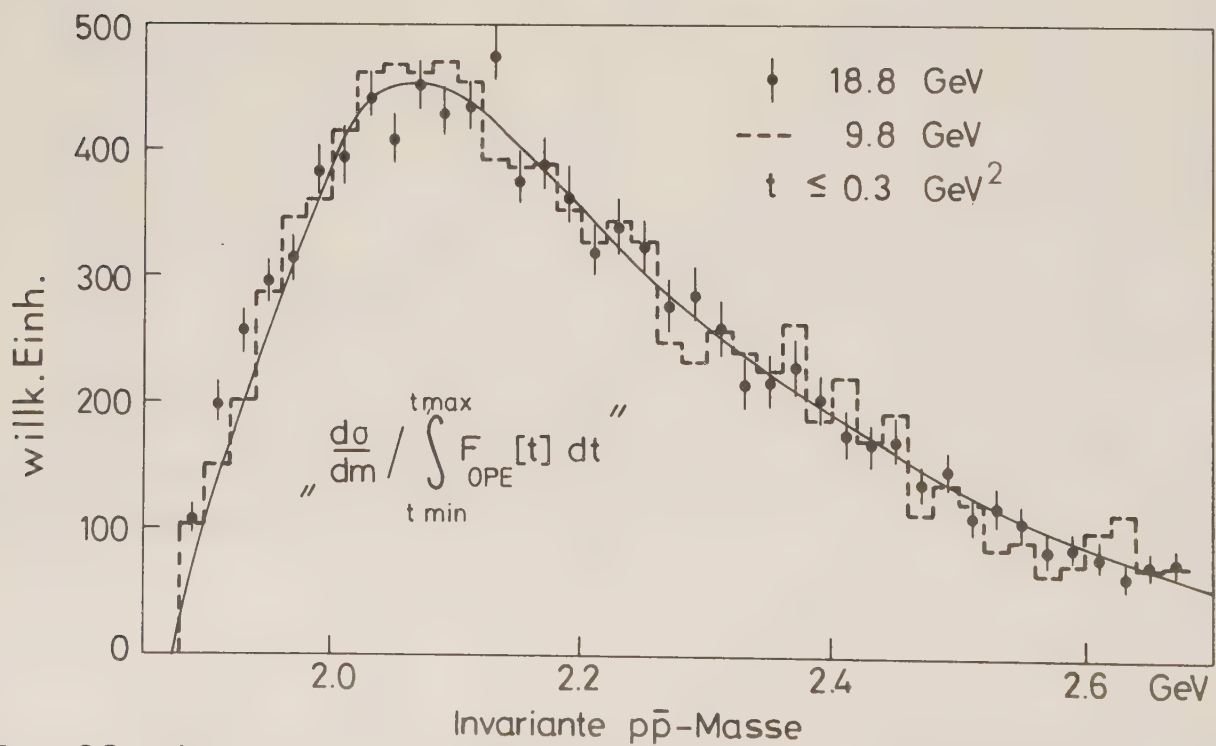


Fig. 23 b) Vergleich der Massenspektren bei 9.8 und 18.8 GeV
 unter Annahme von Einpionenaustausch

$$\frac{d\sigma}{dm} \bigg/ \int_{t_{\min}(m, P_{\text{Lab}})}^{t_{\max}} F_1(t) dt = F_2(m) / P_{\text{Lab}}^2$$

eine von $t_{\min}$ unabhängige Funktion $F_2(m)$. Die Fig.23b zeigt die gute Übereinstimmung der auf diese Weise aus den gewichteten Massenspektren bei 9.8 und 18.8 GeV Laborimpuls gewonnenen Verteilungen $F_2(m)$, normiert auf gleiche Anzahl von Ereignissen (10 000) im Massenbereich bis 2.7 GeV. Die Kurve ist das Ergebnis einer weiter unten beschriebenen massenabhängigen Partialwellenanalyse der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung.

3) Vergleich mit $p\bar{n}$ -Massenspektrum

Eine weitere interessante Vergleichsmöglichkeit bieten Daten der Reaktion $\pi^+p \rightarrow p\bar{n}p$, gemessen in einem Blasenkammerexperiment²⁵⁾ bei 13 GeV Laborimpuls (553 Ereignisse). Während das $p\bar{p}$ -System eine Mischung aus Isospin $I=0$ und $I=1$ gemäß

$$|p\bar{p}\rangle = |1/2 \ 1/2 \ 1/2 \ -1/2\rangle = \sqrt{1/2} \cdot (|00\rangle + |10\rangle)$$

darstellt, ist das $p\bar{n}$ -System ein reiner $I=1$ -Zustand:

$$|p\bar{n}\rangle = |1/2 \ 1/2 \ 1/2 \ 1/2\rangle = 1 \cdot |11\rangle$$

Wird das in $p\bar{p}$ bei ca. 2.1 GeV invarianter Masse beobachtete breite Maximum durch eine $I=1$ -Resonanz oder durch eine Überlagerung mehrerer solcher Resonanzen dominiert, so ist eine qualitative Übereinstimmung der $p\bar{p}$ - und $p\bar{n}$ -Massenspektren zu erwarten. Fig.24a zeigt das gewichtete $p\bar{p}$ -Massenspektrum bei 18.8 GeV und zum Vergleich das auf gleiche Höhe im Maximum normierte $p\bar{n}$ -Massenspektrum der Ref.25. Die Übereinstimmung ist innerhalb der angedeuteten (statistischen) Fehler recht gut, und tatsächlich ergibt eine Partialwellenanalyse der $p\bar{p}$ -Winkelverteilung (s. Kapitel VI), daß die $I=1$ -Amplituden wesentlich stärker als die $I=0$ -Amplituden zur Gesamtin-

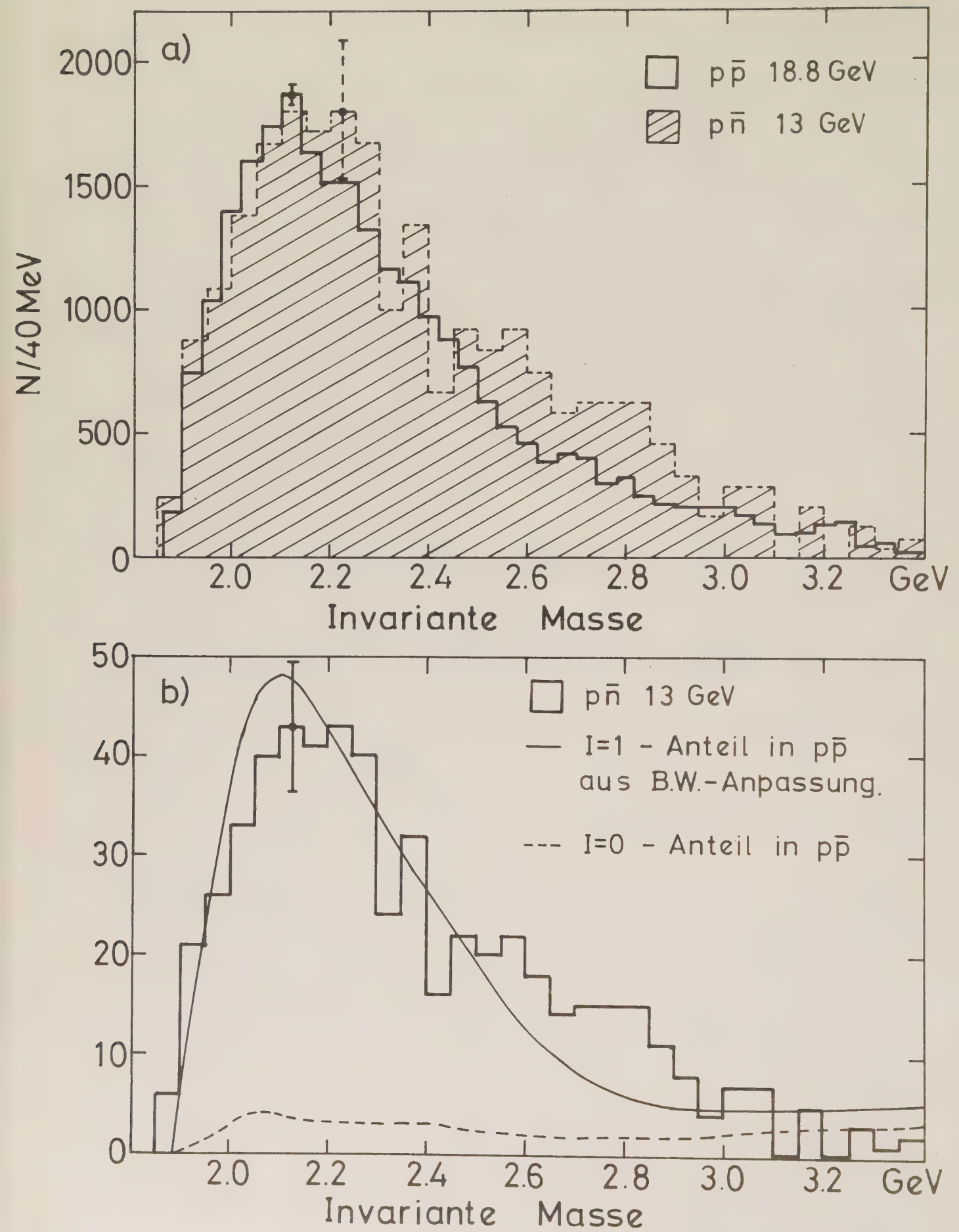
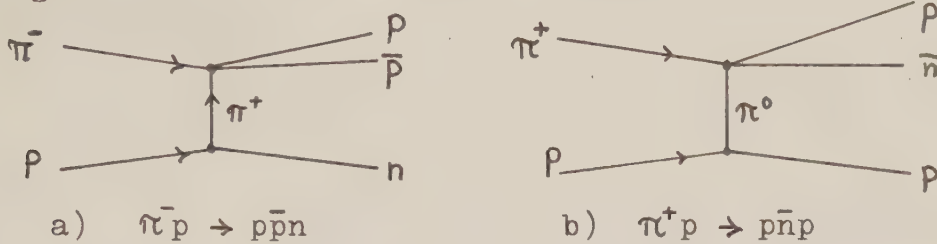


Fig.24 Vergleich von $p\bar{p}$ -und $p\bar{n}$ -Massenspektren

tensität beitragen. Fig.24b zeigt zusammen mit dem $\bar{p}n$ -Massenspektrum die aus den $I=1$ - und $I=0$ -Amplituden berechneten Intensitäten ($I=1$ -Intensität normiert auf 553 Ereignisse) als Funktion der invarianten Masse.

Der Produktionsprozeß für $\pi^+p \rightarrow p\bar{n}p$ wird laut Ref.25 konsistent durch ein Einpion austauschmodell beschrieben. Im Unterschied zu Reaktion (1) wird hier jedoch ein neutrales Pion ausgetauscht:



Die Übergangsmatrixelemente $\langle f|T|i\rangle$ der Graphen a) und b) lassen sich mit den Isospin-Eigenfunktionen $|II_3\rangle$ wie folgt schreiben (Clebsch-Gordan-Koeffizienten aus Ref.22):

a) oberer Vertex:

$$\begin{aligned}
 V_a^0 &= \langle p\bar{p}|T|\pi^+\pi^- \rangle \\
 &= \langle (\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot |00\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot |10\rangle) |T| (\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot |00\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot |10\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} \cdot |20\rangle) \rangle \\
 &= \sqrt{1/6} \cdot \langle 00|T|00\rangle + 1/2 \cdot \langle 10|T|10\rangle \\
 &= \sqrt{1/6} \cdot T_0 + 1/2 \cdot T_1 \\
 &=====
 \end{aligned}$$

a) unterer Vertex entsprechend:

$$\begin{aligned}
 V_a^u &= \langle \pi^+n|T|p \rangle = \sqrt{2/3} \langle 1/2 \ 1/2 |T| 1/2 \ 1/2 \rangle = \sqrt{2/3} \cdot T_{1/2} \\
 &=====
 \end{aligned}$$

b) oberer Vertex:

$$\begin{aligned}
 V_b^0 &= \langle p\bar{n}|T|\pi^+\pi^0 \rangle = \sqrt{1/2} \cdot T_1 \\
 &=====
 \end{aligned}$$

b) unterer Vertex:

$$\begin{aligned}
 V_b^u &= \langle \pi^0 p|T|p \rangle = -\sqrt{1/3} \cdot T_{1/2} \\
 &=====
 \end{aligned}$$

Hierbei wurde Ladungsunabhängigkeit der Wechselwirkung (Unabhängigkeit von der Isospinorientierung I_3) und Isospiner-

haltung ($\langle I' | T | I \rangle = 0$ für $I \neq I'$) vorausgesetzt. Damit errechnet sich für die beiden Reaktionen a) und b) ein Verzweigungsverhältnis von:

$$\alpha = \frac{(\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n)}{(\pi^+ p \rightarrow p \bar{p} p)} = \frac{(v_a^0 \cdot v_a^u)^2}{(v_b^0 \cdot v_b^u)^2} = (\sqrt{2/3} \gamma + 1)^2$$

=====

Der - massenabhängige - Parameter $\gamma^2 = T_0^2/T_1^2$ gibt hierbei das Verhältnis von Isospin I=0- zu I=1-Produktion an.

Der Wirkungsquerschnitt für die $p\bar{n}$ -Produktion beträgt $\sigma(\pi^+ p \rightarrow p \bar{n} p) = 11.1 \pm 1.7 \mu\text{b}$ im Massenbereich $2.0 \leq M \leq 2.2 \text{ GeV}$ bei 13 GeV Laborimpuls. Mit $\sigma(\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n) = 1.76 \pm 0.14 \mu\text{b}$ bei 18.8 GeV im gleichen Massenintervall ergibt sich unter Berücksichtigung der verschiedenen Laborimpulse und Chew-Low-Integrale

$$\frac{\int_{t_{\min}(18.8)} F_1(t) dt}{\int_{t_{\min}(13)} F_1(t) dt} \cdot \frac{13^2}{18.8^2} = 0.59$$

für das Verzweigungsverhältnis der Wert $\alpha = 0.27 \pm 0.05$ und hieraus zwei mögliche Werte für γ :

$$\gamma_{1,2} = \begin{array}{l} - 1.86 \pm 0.05 \\ - 0.59 \pm 0.05 \end{array}$$

=====

Die angegebenen Fehler sind Meßfehler und berücksichtigen nicht die durch die verschiedenen Modellvoraussetzungen bedingten Unsicherheiten. Beide Werte für γ sind von Null verschieden und weisen darauf hin, daß das bei 2.1 GeV beobachtete Maximum im $p\bar{p}$ -Massenspektrum kein reiner I=1-Zustand ist.

III) Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$

Der Viererimpulsübertrag $\sqrt{t}$ vom einlaufenden Pion auf das produzierte $p\bar{p}$ -System ist bei gegebener Laborenergie E_{Lab} und invarianter $p\bar{p}$ -Masse M laut Definition auf St.19 eine Funktion des Produktionswinkels $\theta_{\text{Prod}}^{\text{CM}}$ im Schwerpunktsystem (Fig.9b). Die physikalischen Werte von t liegen innerhalb der Grenzen, die durch Vor- bzw. Rückwärtsstreuung im Schwerpunktsystem gegeben sind:

$$t_{\min} = t(M, E_{\text{Lab}}, \cos\theta_{\text{Prod}}^{\text{CM}} = +1) \leq t \leq t(M, E_{\text{Lab}}, \cos\theta_{\text{Prod}}^{\text{CM}} = -1) = t_{\max}$$

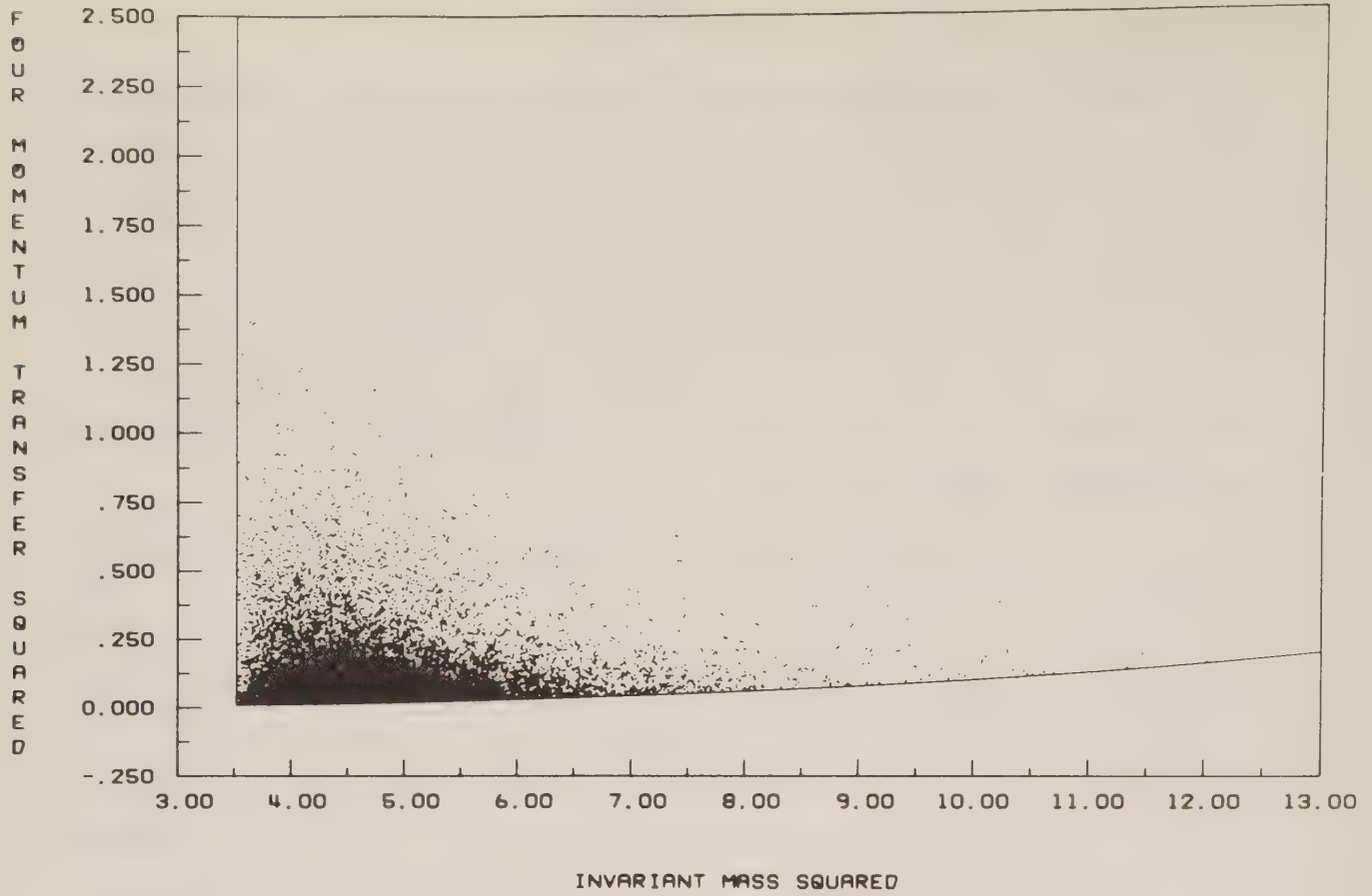
Den Verlauf der unteren Grenzen $t_{\min}$ bei 9.8 und 18.8 GeV Laborimpuls zeigen die Chew-Low-Diagramme der ungewichteten t/M^2 -Verteilungen in Fig.25. Während bei 18.8 GeV an der Schwelle $t_{\min}(1.88\text{GeV}, 18.8\text{GeV}) = 0.010 \text{ GeV}^2$ beträgt, nimmt es bei 9.8 GeV mit zunehmender Masse M bereits recht hohe Werte bis $t_{\min}(2.7\text{GeV}, 9.8\text{GeV}) = 0.251 \text{ GeV}^2$ an. Bei beiden Energien zeigen die Ereignisse die für periphere Hochenergiewechselwirkungen charakteristische Konzentration bei kleinen Viererimpulsüberträgen und eine rasche Abnahme zu höheren t -Werten.

Eine Beschreibung des differentiellen Wirkungsquerschnittes $d\sigma/dt'$ mit $t' = t - t_{\min}$ durch ein Exponentialgesetz $d\sigma/dt' \sim \exp(-bt')$ für verschiedene Bereiche der invarianten Masse M liefert für kleine $t' \leq 0.2 \text{ GeV}^2$ folgende, aus einer χ^2 -Anpassung (nur statistische Fehler berücksichtigt) mit dem Programm MINUIT²⁶⁾ erhaltene Werte für b :

Masse GeV	$b \text{ GeV}^{-2}(18.8\text{GeV})$	$P(\chi^2)$	$b \text{ GeV}^{-2}(9.8\text{GeV})$	$P(\chi^2)$
1.85 - 2.00	10.05 ± 0.62	0.93	7.29 ± 0.32	0.24
2.00 - 2.15	11.27 ± 0.42	0.01	8.30 ± 0.27	0.02
2.15 - 2.30	10.53 ± 0.45	0.04	8.18 ± 0.38	0.12
2.30 - 2.45	11.21 ± 0.63	0.11	8.56 ± 0.64	0.15
2.45 - 2.65	10.67 ± 0.85	0.06	8.58 ± 1.79	0.11
2.65 - 3.10	10.27 ± 0.98	0.15		

Tab. 13

RUN15, PI-P TO P-PBAR-N, PLAB=18.8 GEV



RUN10/11, PPBAR, 9.8 GEV

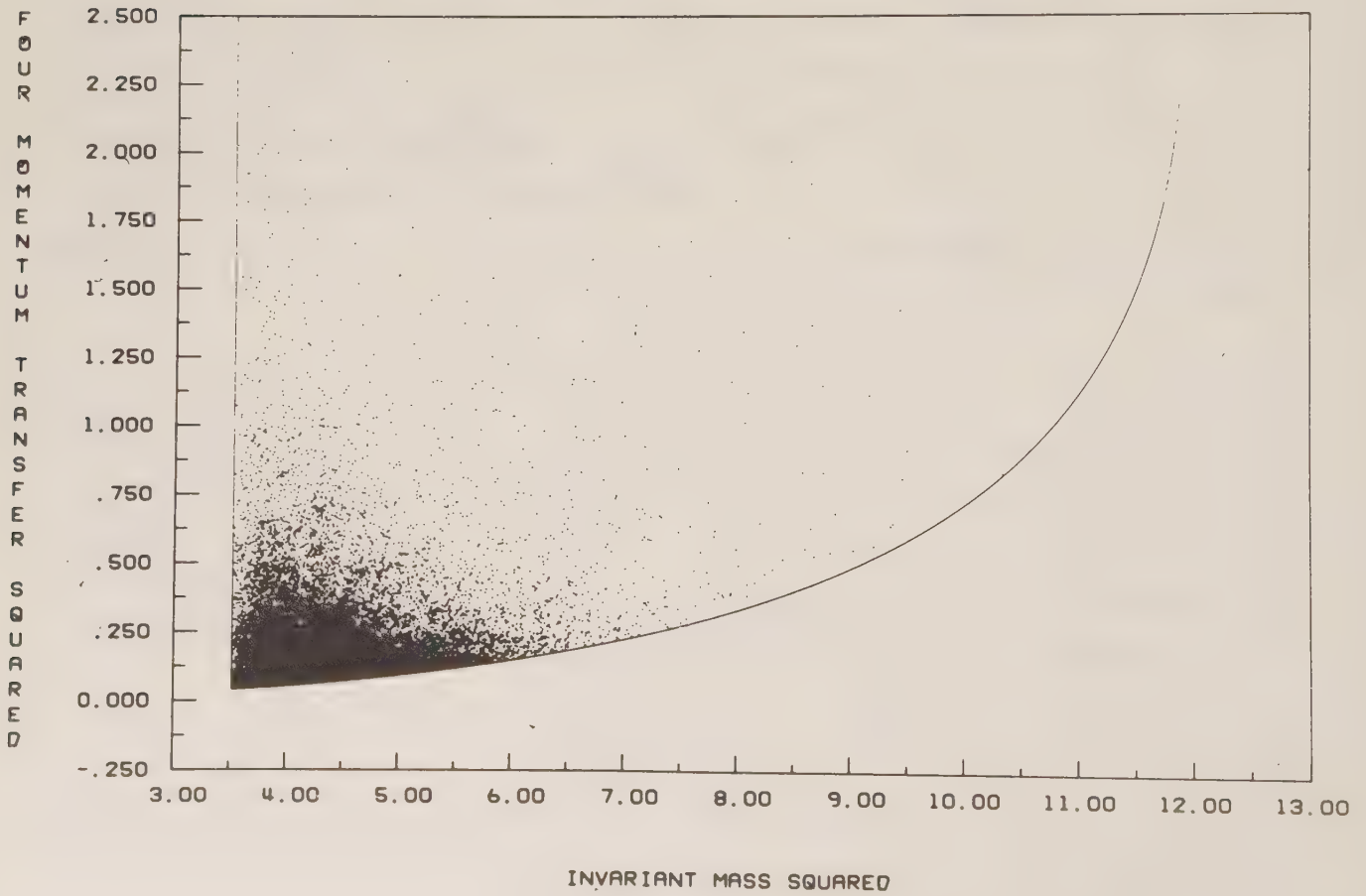


Fig.25

$$t_{pn} / M_{p\bar{p}}^2$$

Der Wirkungsquerschnitt fällt in allen Massenbereichen näherungsweise exponentiell gleich stark, im Mittel proportional zu $\exp(-10.7t')$ bei 18.8 GeV und $\exp(-8.2t')$ bei 9.8 GeV für kleine t' und flacher werdend mit zunehmendem t' , ab. Eine für Eipionenaustausch zu erwartende Abnahme für $t \lesssim m_\pi^2$ ist wegen der zu hoch liegenden physikalischen Grenze $t_{\min} \gtrsim m_\pi^2$ nicht zu beobachten.

Fig.26 und Fig.27 zeigen in den verschiedenen Massenintervallen die gewichteten t -Verteilungen bei 9.8 und 18.8 GeV Laborimpuls. Der Verlauf der Wirkungsquerschnitte zeigt eine auffallende Ähnlichkeit mit der in anderen, durch Eipionenaustausch dominierten Prozessen²⁷⁾ beobachteten t -Abhängigkeit. Für Reaktion (1) ist diese durch das OPE-Modell wie folgt gegeben:

Für unphysikalische t -Werte in Nähe des Pion-Poles bei $t = -m_\pi^2$ wird der off-shell-Wirkungsquerschnitt näherungsweise durch die Chew-Low-Gleichung beschrieben:

$$\frac{d^2\sigma}{dm dt} (\text{off-shell}) \approx F_0(t) \cdot F_2(m, P_{\text{Lab}}) \cdot \sigma_{\pi\pi}(m); \quad m = M_{p\bar{p}}$$

$$F_0(t) = t / (t + m_\pi^2)^2$$

$$F_2(m, P_{\text{Lab}}) = (g^2/4\pi) \cdot q^* \cdot m^2 / (4\pi \cdot m_p^2 \cdot P_{\text{Lab}}^2)$$

$$(g^2/4\pi) = 2 \times N \pi^0 N\text{-Kopplungskonstante (s.St.39)}$$

$$= 2 \times (14.6 \pm 0.5) \quad (\text{Ref.28})$$

$$q^* = \pi\pi\text{-Schwerpunktsimpuls für Masse } m$$

$$= (m^2/4 - m_\pi^2)^{1/2}$$

$$\sigma_{\pi\pi}(m) = \text{on-shell } \pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}\text{-Wirkungsquerschnitt}$$

Spielt der Eipionenaustausch eine dominierende Rolle im Produktionsprozeß bzw. ist der on-shell-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\pi\pi}(m)$ genügend groß, so sollte die obige Gleichung auch den differentiellen Wirkungsquerschnitt im physikalischen Bereich $t > 0$ gut beschreiben. Untersuchungen an ähnlichen Reaktionen²⁷⁾ wie (1), bei denen ein Neutron erzeugt wird, haben ergeben, daß dies tatsächlich der Fall ist, vorausgesetzt, man führt für den unteren Vertex einen t -abhängigen Pion-Nukleon-Form-

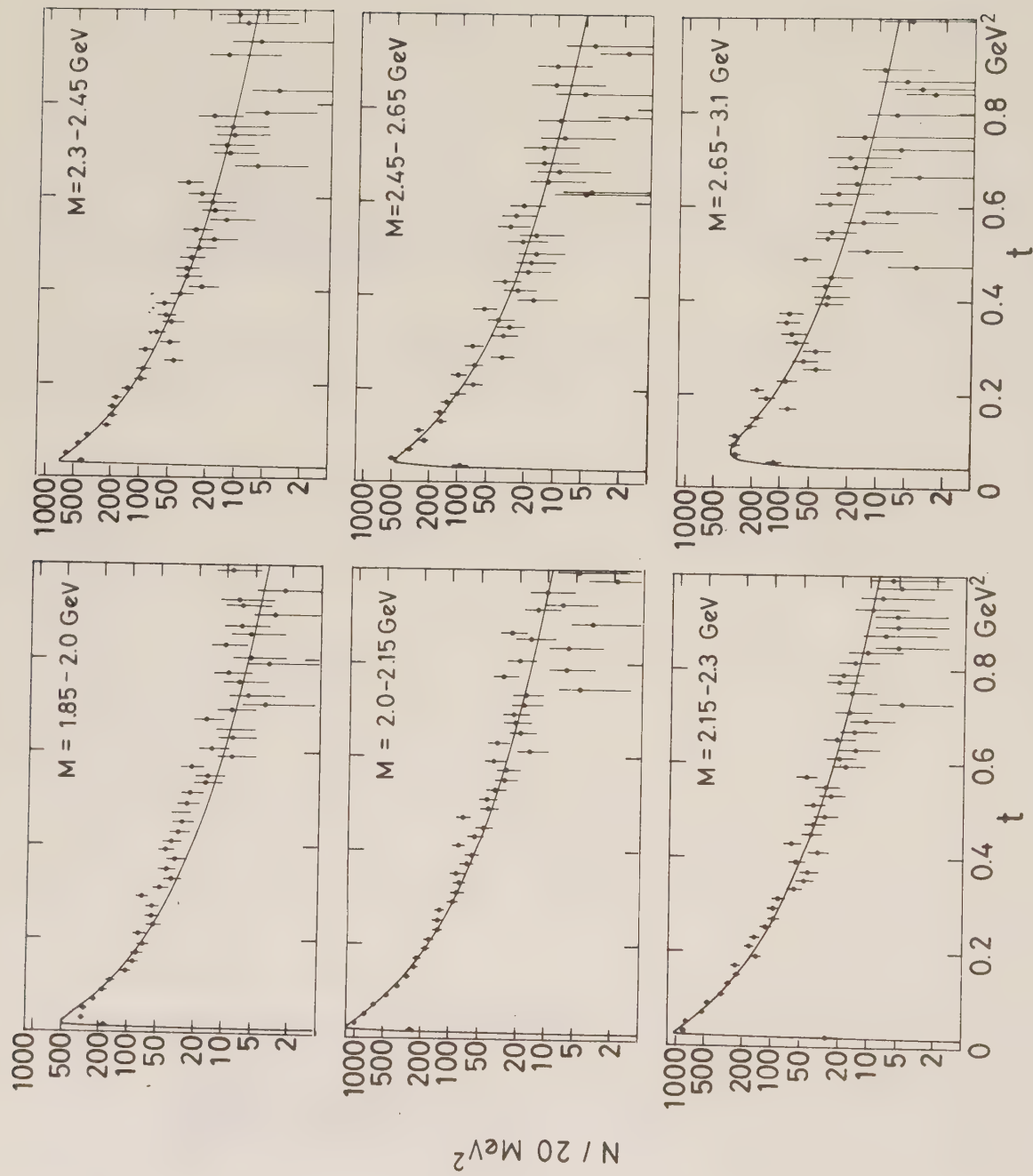


Fig.26 $d\sigma/dt$ bei 18.8 GeV

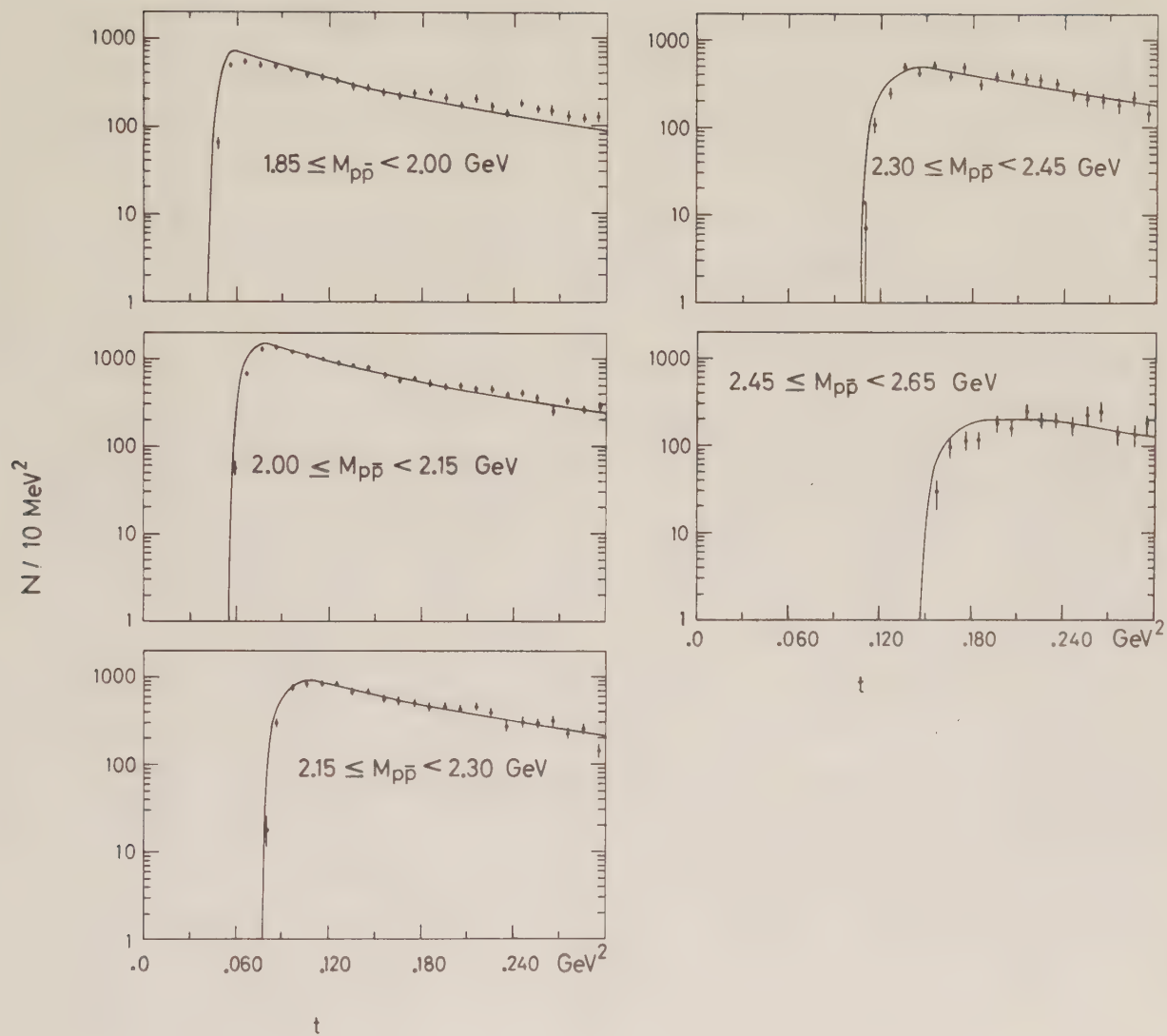


Fig.27 $d\sigma/dt$ bei 9.8 GeV

faktor ein. Dieser Formfaktor korrigiert die in der Born-Näherung für das off-shell-Verhalten für $t \rightarrow \infty$ divergente Vertexfunktion und sorgt für den in den experimentellen Daten beobachteten raschen Abfall von $d\sigma/dt$ bei hohen t . Eine mit gutem Erfolg angewandte Parametrisierung ist der von Dürr und Pilkuhn²⁹⁾ eingeführte $N\pi N$ -Formfaktor

$$F_{DP}(t) = \frac{1 + R^2 \cdot Q^2}{1 + R^2 \cdot Q_t^2} \quad \text{mit}$$

$$\begin{aligned} Q_t^2 &= ((m_n + m_p)^2 + t) \cdot ((m_n - m_p)^2 + t) / (4m_n^2) \\ &= (\text{Proton-Impuls})^2 \text{ im Neutron-Ruhesystem} \\ &\approx t \cdot (4m_p^2 + t) / (4m_p^2) \\ Q^2 &= Q_t^2(t = -m_\pi^2) \end{aligned}$$

Er enthält noch einen freien Reichweite-Parameter R , der durch Anpassung an experimentelle Daten festgelegt werden kann. Aus differentiellen Wirkungsquerschnitten der Reaktionen $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$ und $pp \rightarrow \Delta^{++} n$ wurde von G. Wolf²⁷⁾ der auch für Reaktion (1) maßgebliche R -Parameter zu

$$R_{N\pi N} = 2.86 \pm 0.08 \text{ GeV}^{-1}$$

bestimmt. Damit ergibt sich für Reaktion (1) als Vorhersage des Einpionenaustausch-Modells:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dm dt} &= F_1(t) \cdot F_2(m, P_{\text{Lab}}) \cdot \sigma_{\pi\pi}(m) \quad \text{mit} \\ F_1(t) &= F_0(t) \cdot F_{DP}(t) \\ &===== \end{aligned}$$

Dabei wurde der Formfaktor am oberen Vertex, der für genügend hohe Massen $\gtrsim 1 \text{ GeV}$ annähernd unabhängig von t und vom speziellen Kanal $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ wird³⁰⁾, konstant = 1 gesetzt.

Die in Fig.26 und Fig.27 eingetragenen Kurven geben den durch diese Gleichung für den Einpionenaustausch vorhergesagten Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnitts unter Berücksichtigung des kinematisch bedingten Abfalls bei kleinen t nahe $t_{\min}$ wieder (Siehe Anhang A). Die Normierung erfolgte mit $\sigma_{\pi\pi}(m) = 1$ auf die Zahl der gewichteten Ereignisse in jedem Massenintervall. Die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ist innerhalb der - statistischen - Fehler bei beiden Laborenergien und in allen beobachteten M, t -Bereichen erstaunlich gut: Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ für Reaktion (1) zeigt genau das bei Produktion durch Einpionenaustausch erwartete Verhalten!

IV) Der on-shell $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ - Wirkungsquerschnitt

Die im vorangegangenen Kapitel beschriebene OPE-Parametrisierung des differentiellen Wirkungsquerschnitts kann für verschiedene invariante Massen m an die gemessene t -Verteilung angepaßt und zum Pionpol $t = -m_\pi^2$ extrapoliert werden. Die Beiträge konkurrierender Produktionsprozesse werden am Pol gegenüber dem OPE-Term verschwindend klein, und man erhält den on-shell-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\pi\pi}(m)$ für den inelastischen Kanal $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ als Funktion der Masse m . Voraussetzung für ein korrektes Ergebnis der Extrapolation ist dabei, daß der Einpionenaustausch auch im physikalischen Bereich einen wesentlichen Beitrag zum Produktionsprozeß leistet. Diese Bedingung ist nach dem oben Gesagten und nach den Ergebnissen der weiter unten behandelten $p\bar{p}$ -Winkelanalyse - geringe Winkelkorrelation zwischen unterem und oberem Vertex - für Reaktion (1) erfüllt.

1) Durchführung der Polextrapolation

Zur Durchführung der Polextrapolation³¹⁾ wird zunächst die gewichtete Verteilung der Ereignisse in der Chew-Low-Ebene (s. Fig.25) in mehrere m -Intervalle $\dots m_i, m_{i+1} \dots$

unterteilt und in jedem m -Intervall getrennt eine normalisierte t -Verteilung

$$t \cdot \sigma_i / m_\pi^2 = \frac{1}{\int dmdt} \cdot \frac{t \cdot (d^2\sigma/dmdt \text{ gemessen})_i}{m_\pi^2 \cdot (d^2\sigma/dmdt \text{ OPE-Mod., } \sigma_{\pi\pi=1})_i}$$

berechnet (Anhang A). Hat die gemessene t -Verteilung genau die durch das OPE-Modell gegebene t -Abhängigkeit, so wird $t \cdot \sigma_i$ linear in t und gibt als Funktion von m_i den Verlauf des on-shell-Wirkungsquerschnittes $\sigma_{\pi\pi}(m)$ wieder. Das Chew-Low-Integral im Nenner sorgt für eine korrekte kinematische Normierung nahe der physikalischen Grenze, der Faktor t im Zähler verhindert, daß $t \cdot \sigma$ für $t \rightarrow 0$ divergiert, falls dort der gemessene Wirkungsquerschnitt nicht gegen Null geht. Die so erhaltenen Verteilungen werden in jedem m -Intervall durch Polynome in t angepaßt:

$$(1a) \quad t \cdot \sigma_i / m_\pi^2 = a^{(1)} + b^{(1)} \cdot t + c^{(1)} \cdot t^2 \quad \text{und}$$

$$(1b) \quad t \cdot \sigma_i / m_\pi^2 = -\sigma^{(1)} + b' \cdot (t + m_\pi^2) + c' \cdot (t + m_\pi^2)^2$$

Hierbei mißt der Parameter $a^{(1)}$ die bei $t=0$ verbleibenden Beiträge anderer Produktionsprozesse als Einpionenaustausch, das quadratische Glied $c^{(1)} \cdot t^2$ berücksichtigt geringe Abweichungen des gemessenen Wirkungsquerschnitts vom theoretischen Verlauf. Die Parametrisierung (1b) ist mathematisch äquivalent zu (1a) und liefert direkt den Wert des gesuchten $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ on-shell-Wirkungsquerschnitts $\sigma^{(1)} = \sigma_{\pi\pi}(\bar{m}_1, t=-m_\pi^2)$.

Die Ergebnisse und statistischen Fehler der Anpassung nach (1a) und (1b) für $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$ bei 18.8 und 9.8 GeV Laborimpuls sind in Tab.14 und Tab.15 zusammengefaßt. Mit höherer Masse werden vor allem bei 9.8 GeV durch den zunehmenden Abstand des physikalischen Bereichs vom Pionpol die Fehler in der Extrapolation sehr groß. Bei 9.8 GeV ergibt bereits ab 2.05 GeV Masse wegen der geringen Zahl und großen Streuung der Meßpunkte innerhalb $t_{\min} \leq t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$ eine in t lineare

Tab. 14 Ergebnisse der Polextrapolation

$P_{\text{Lab}} = 18.8 \text{ GeV}$

Masse GeV	$t_{\min}$ GeV ²	$\sigma^{(1)}$			$\sigma^{(1)} \cdot \frac{4}{m_{\pi}^2}$			$P(\chi^2)$	$\sigma^{(2)}$			$\sigma^{(2)} \cdot \frac{4}{m_{\pi}^2}$
		μb	$a^{(1)}$ μb	μb	μb	μb	μb					
1.975	0.0124	168 $\pm$ 67	- 15 $\pm$ 35		9.0 $\pm$ 3.6	140 $\pm$ 15	0.36		10.1 $\pm$ 2.3			
2.025	0.0137	267 $\pm$ 78	- 25 $\pm$ 43		4.0 $\pm$ 3.8	221 $\pm$ 16	0.75		5.7 $\pm$ 2.5			
2.075	0.0153	219 $\pm$ 89	25 $\pm$ 50		4.3 $\pm$ 4.1	263 $\pm$ 17	0.89		2.7 $\pm$ 2.6			
2.125	0.0169	225 $\pm$ 96	29 $\pm$ 56		3.3 $\pm$ 4.1	275 $\pm$ 17	0.80		1.6 $\pm$ 2.5			
2.175	0.0187	207 $\pm$ 87	0 $\pm$ 51		5.1 $\pm$ 3.8	207 $\pm$ 15	0.66		5.1 $\pm$ 2.3			
2.225	0.0206	259 $\pm$ 97	- 47 $\pm$ 58		2.0 $\pm$ 3.8	181 $\pm$ 15	0.64		4.5 $\pm$ 2.2			
2.275	0.0227	134 $\pm$ 102	23 $\pm$ 62		3.4 $\pm$ 3.8	170 $\pm$ 15	0.88		2.3 $\pm$ 2.2			
2.325	0.0249	315 $\pm$ 102	-104 $\pm$ 64		- 5.5 $\pm$ 3.4	150 $\pm$ 14	0.49		- 0.9 $\pm$ 1.8			
2.375	0.0274	173 $\pm$ 116	- 12 $\pm$ 75		- 2.7 $\pm$ 3.6	155 $\pm$ 14	0.83		- 2.2 $\pm$ 1.9			
2.425	0.0300	150 $\pm$ 109	- 35 $\pm$ 70		- 0.3 $\pm$ 3.3	96 $\pm$ 13	0.45		1.1 $\pm$ 1.8			
2.475	0.0328	36 $\pm$ 121	36 $\pm$ 81		2.2 $\pm$ 3.3	89 $\pm$ 13	0.43		1.0 $\pm$ 1.7			
2.525	0.0359	20 $\pm$ 128	29 $\pm$ 88		1.3 $\pm$ 3.2	63 $\pm$ 11	0.08		0.3 $\pm$ 1.5			
2.575	0.0391	100 $\pm$ 125	- 34 $\pm$ 85		- 0.4 $\pm$ 3.1	50 $\pm$ 11	0.19		0.7 $\pm$ 1.4			
2.625	0.0427	50 $\pm$ 114	- 6 $\pm$ 80		0.0 $\pm$ 2.4	41 $\pm$ 9	0.58		0.2 $\pm$ 1.2			
2.675	0.0465	-229 $\pm$ 162	187 $\pm$ 116		6.5 $\pm$ 3.5	32 $\pm$ 11	0.13		1.5 $\pm$ 1.4			
2.750	0.0527	148 $\pm$ 104	- 78 $\pm$ 75		- 2.9 $\pm$ 2.1	40 $\pm$ 7	0.68		- 1.0 $\pm$ 0.8			
2.850	0.0621	73 $\pm$ 135	- 36 $\pm$ 100		- 1.1 $\pm$ 2.3	25 $\pm$ 7	0.99		- 0.4 $\pm$ 0.7			
2.975	0.0759	- 19 $\pm$ 186	31 $\pm$ 142		0.4 $\pm$ 2.7	22 $\pm$ 8	0.95		- 0.1 $\pm$ 0.8			
3.125	0.0960	-208 $\pm$ 201	173 $\pm$ 160		2.2 $\pm$ 2.4	10 $\pm$ 7	0.11		- 0.2 $\pm$ 0.7			

Tab. 14

Anpassung mit $c^{(1)} = 0$ bessere χ^2 -Wahrscheinlichkeiten. Die Genauigkeit der Extrapolation läßt sich jedoch durch Einführen der Randbedingung $a^{(1)} = 0$ oder damit gleichbedeutend durch eine Parametrisierung

$$(2) \quad t \cdot \sigma_1 / m_\pi^2 = t \cdot (\sigma^{(2)} + c^{(2)} \cdot (t + m_\pi^2)) / m_\pi^2$$

verbessern. Dieses Vorgehen ist durch die bei 18.8 GeV mit Null konsistenten und bei 9.8 GeV im Mittel um weniger als eine Standardabweichung von Null verschiedenen Werte für $a^{(1)}$ gerechtfertigt. Der so erhaltene $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ on-shell-Wirkungsquerschnitt ist ebenfalls in Tab.14 und 15 angegeben und in Fig.29 als Funktion der invarianten $p\bar{p}$ -Masse aufgetragen.

2) Vergleich mit der Umkehrreaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$

Die Reaktion $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ ist durch Zeitumkehr mit der $p\bar{p}$ -Annihilation in zwei Pionen $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ direkt verknüpft. Die Invarianz des S-Übergangsmatrixelements gegenüber Zeitumkehr führt auf das Prinzip des detaillierten Gleichgewichts³²⁾, das zwischen den Wirkungsquerschnitten beider Reaktionen eine quantitative Beziehung herstellt. Die Gültigkeit dieser Beziehung gilt aus Experimenten der niederenergetischen Atomphysik und aus der Messung der Reaktionen³³⁾ $\pi^+p \rightleftharpoons p\pi$ in einem weiten Energiebereich als gesichert. Für die Reaktion $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ und ihre Umkehrreaktion wird das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte ohne Berücksichtigung von Polarisation und bei gleicher Schwerpunktsenergie $s = M_{p\bar{p}}^2$:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p})}{\sigma(p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-)} &= \frac{(2S_p + 1) \cdot (2S_{\bar{p}} + 1)}{(2S_{\pi^+} + 1) \cdot (2S_{\pi^-} + 1)} \cdot \frac{q_p^{*2}}{q_\pi^{*2}} \\ &= 4 \cdot \frac{(m^2/4 - m_p^2)^{1/2}}{(m^2/4 - m_\pi^2)^{1/2}} ; \quad m = M_{p\bar{p}} \end{aligned}$$

=====

Fig.28 zeigt die aus $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Daten bei verschiedenen Laborenergien nach dieser Gleichung berechneten $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ - Wirkungsquerschnitte (siehe Tabelle Anhang B) als Funktion der invarianten Masse $m = \sqrt{s}$ mit $s = m_\pi^2 + m_p^2 + 2m_p \cdot E_{\text{Lab}}$. Das gewichtete Mittel dieser Werte ist in Fig.29 als Kurve im Vergleich zu dem aus der Polextrapolation in diesem Experiment erhaltenen on-shell-Wirkungsquerschnitt $\sigma^{(2)}(m)$ aufgetragen. Die gute Übereinstimmung in Verlauf und absoluter Größe der aus den beiden Reaktionen bestimmten Wirkungsquerschnitte ist ein weiteres Argument dafür, daß zumindest im betrachteten kinematischen Bereich der Eipionenaustausch den dominierenden Beitrag zum Produktionsprozeß der Reaktion (1) liefert.

V) Die $p\bar{p}$ - Zerfallswinkelverteilung

Eine Analyse der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung als Funktion der invarianten Masse gibt Aufschluß über Spin und Masse möglicher Resonanzen des Nukleon-Antinukleonsystems. Die Vielzahl der durch Einteilchenaustausch realisierbaren Zustände (Tabelle Anhang C) reduziert sich dabei infolge des dominierenden Eipionenaustausches auf Zustände natürlicher Parität mit paritätsgekoppeltem Isospin 0 oder 1. Bei einem typischen nuklearen Wechselwirkungsradius von $R = 1$ fermi wird nach dem klassischen Vektormodell³⁴⁾ die höchste in $p\bar{p}$ zu erwartende Partialwelle im Tripletzustand $S=1$:

$$\begin{aligned} J_{\text{max}} &= L_{\text{max}} + 1 \cong k.R + 1 \\ &= 5.07 \cdot \sqrt{M^2/4 - m_p^2} + 1 \end{aligned}$$

Für $M = 2$ GeV invariante Masse beispielsweise wird $J_{\text{max}} = 2.75 \approx 3$. Zustände mit höherem Spin, bei 2 GeV Masse etwa eine Spin 4 -Resonanz auf der als linear in M^2 angenommenen ξ -Trajektorie, werden demnach im $p\bar{p}$ -Kanal durch Zentrifugaleffekte stark unterdrückt. Damit besteht - im Gegensatz z. B.

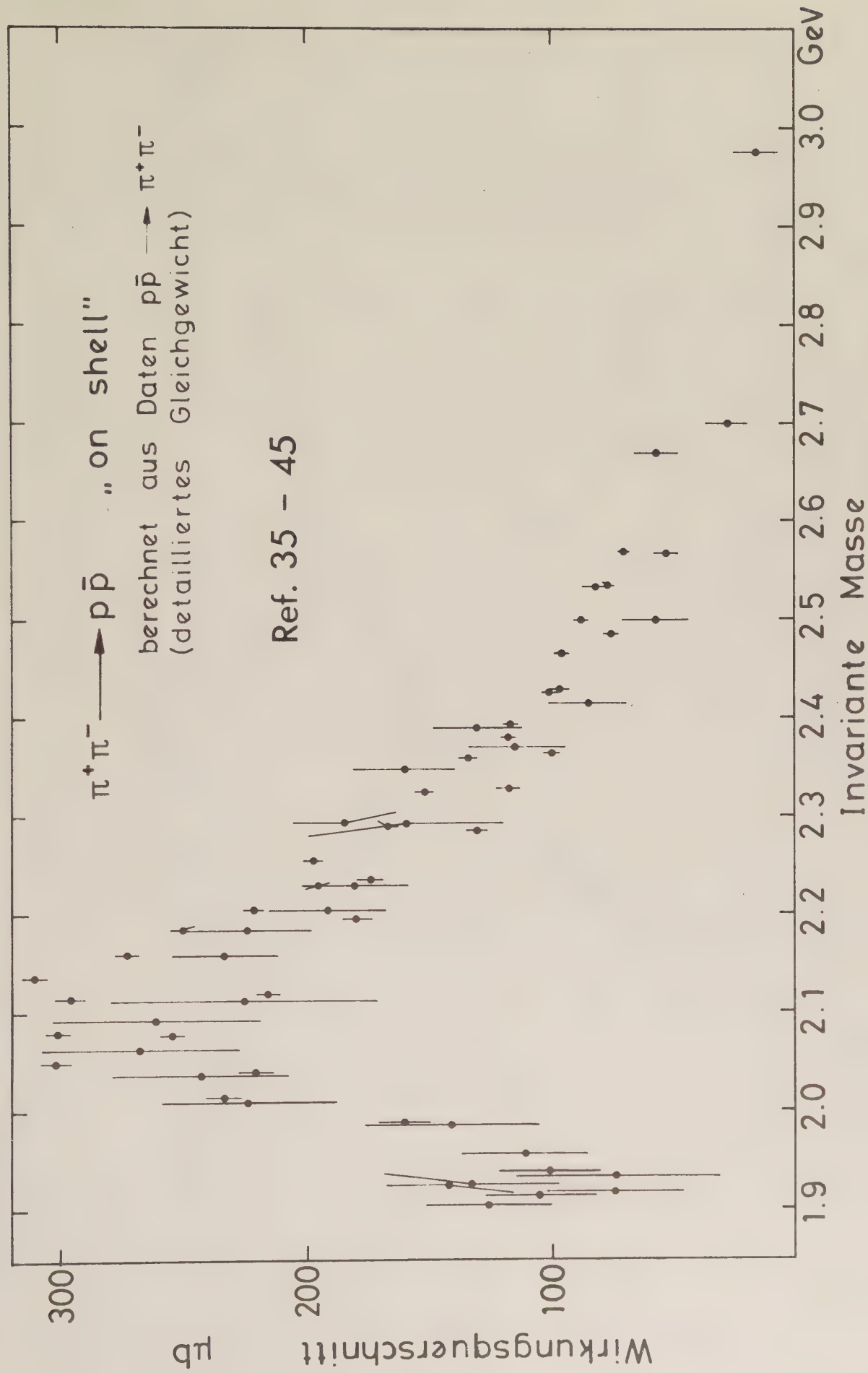


Fig.28 Totaler Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\pi^+\pi^- \longrightarrow \bar{p}p$

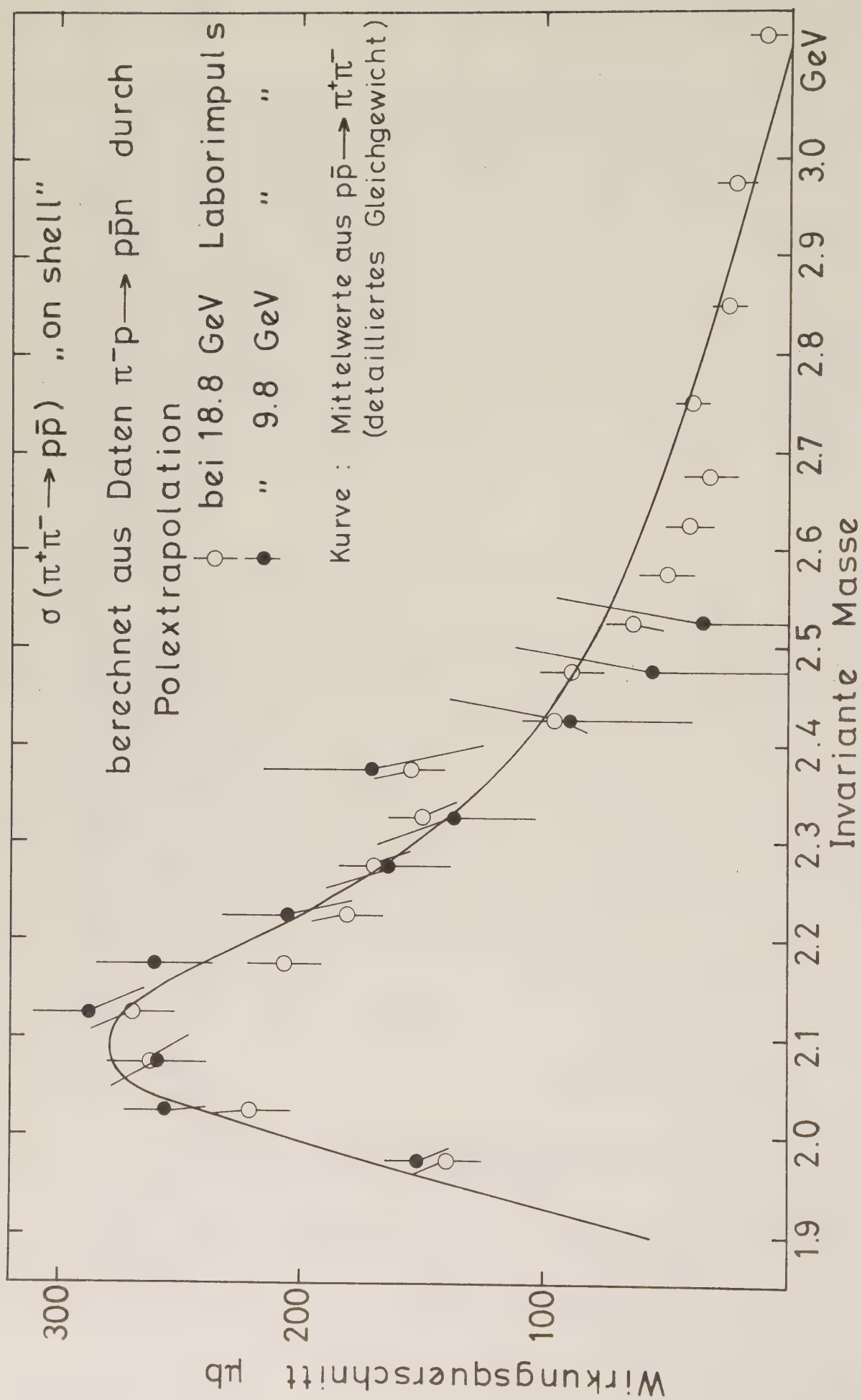


Fig. 29 $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ on-shell Wirkungsquerschnitt

zu Experimenten mit π -Paar Produktion - die Möglichkeit, im Nukleon-Antinukleonsystem schwere Mesonresonanzen auf Trajektorien unterhalb der ρ -Trajektorie zu beobachten.

1) Die Winkelverteilung im $p\bar{p}$ -Schwerpunktsystem

Fig.30 und Fig.31 zeigen die gemessene und die gewichtete $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung für verschiedene Bereiche der invarianten Masse bei 18.8 GeV Laborimpuls, integriert über $t \leq 1 \text{ GeV}^2$. Die Winkel $\cos\theta$ und φ beziehen sich auf das durch Fig.9c definierte Gottfried-Jackson-System mit dem Koordinatenursprung im $p\bar{p}$ -Schwerpunkt, der z-Achse in Richtung des einlaufenden Pions und θ zwischen z-Achse und Richtung des auslaufenden Antiprotons.

Der Treiman-Yang-Winkel φ zeigt eine im Rahmen der Statistik **annähernd flache Verteilung**, wie sie für reinen **Einpion**austausch wegen **Impulserhaltung** bei **virtuellen Prozessen** zu erwarten wäre. Die geringe, vor allem bei ca. 2.3 GeV invarianter Masse zu beobachtende φ -Abhängigkeit kann durch Absorption oder andere im Bereich bis $t = 1 \text{ GeV}^2$ beitragende Prozesse wie ρ - oder A_2 -Austausch erklärt werden.

Auffällig und angesichts des wenig strukturierten Massenspektrums überraschend ist die starke Massenabhängigkeit der $\cos\theta$ -Verteilung, die auf den Beitrag mehrerer Partialwellen mit in der Masse dicht benachbarten Resonanzstellen hindeutet. Die Winkelverteilung weist weiterhin eine deutliche Vorwärts-Rückwärtsasymmetrie in θ auf (s.Fig.44): In Schwellennähe zeigt das Antiproton eine leichte Vorwärtstendenz, die um ca. 2.1 GeV Masse in ein ausgeprägtes Rückwärtsmaximum bei $\cos\theta = -1$ übergeht. Mit steigender Masse bildet sich oberhalb etwa 2.6 GeV ein zunehmend peripheres Verhalten mit stark an die Richtung des einlaufenden Pions gekoppelter Antiprotonrichtung aus. Aus der beobachteten Asymmetrie folgt, daß im $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Streuprozeß geradzahlige wie ungeradzahlige Partialwellen auftreten müssen.

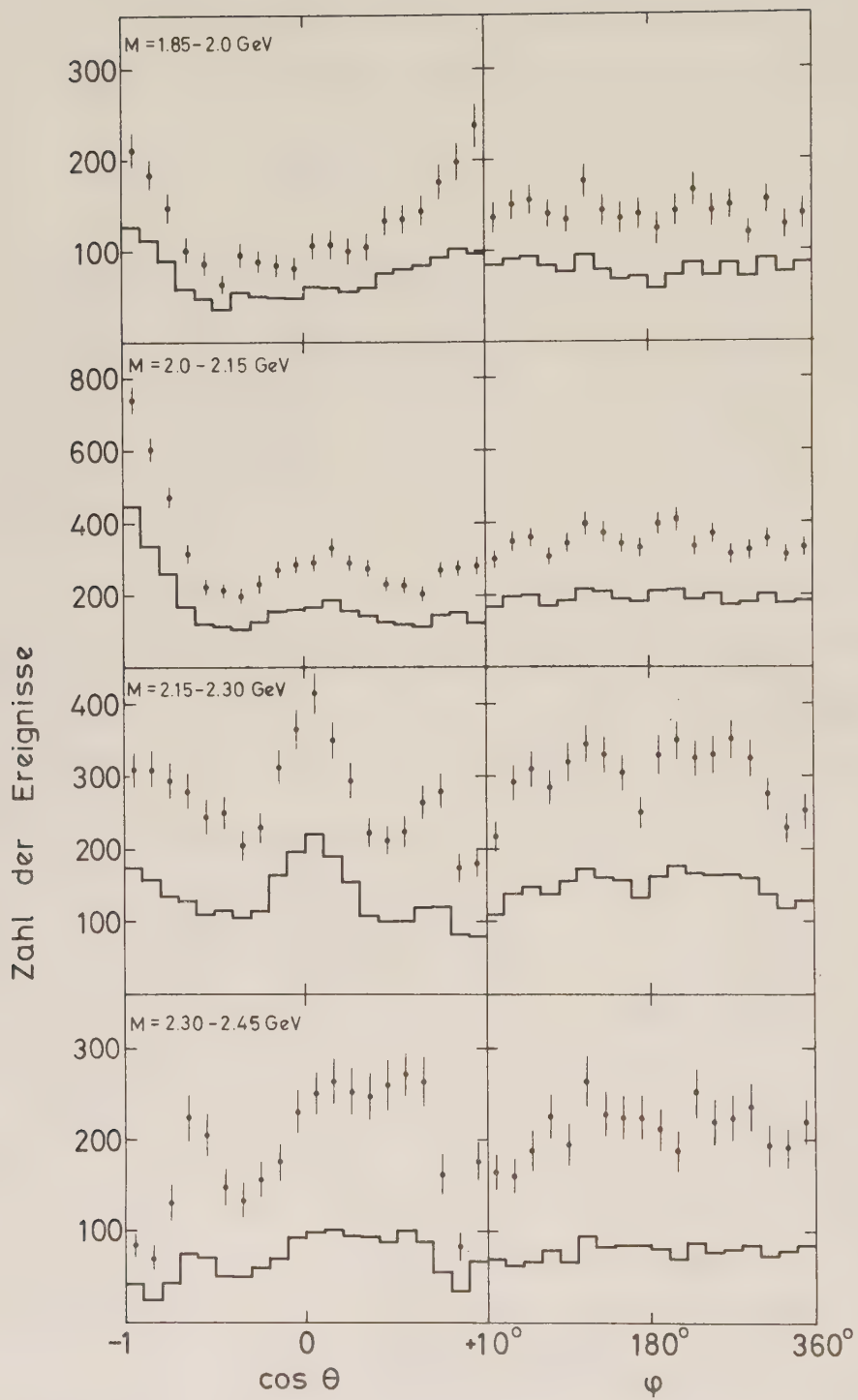


Fig. 30 $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung im Jacksonsystem
 — = ungewichtet $\dagger$ = gewichtet

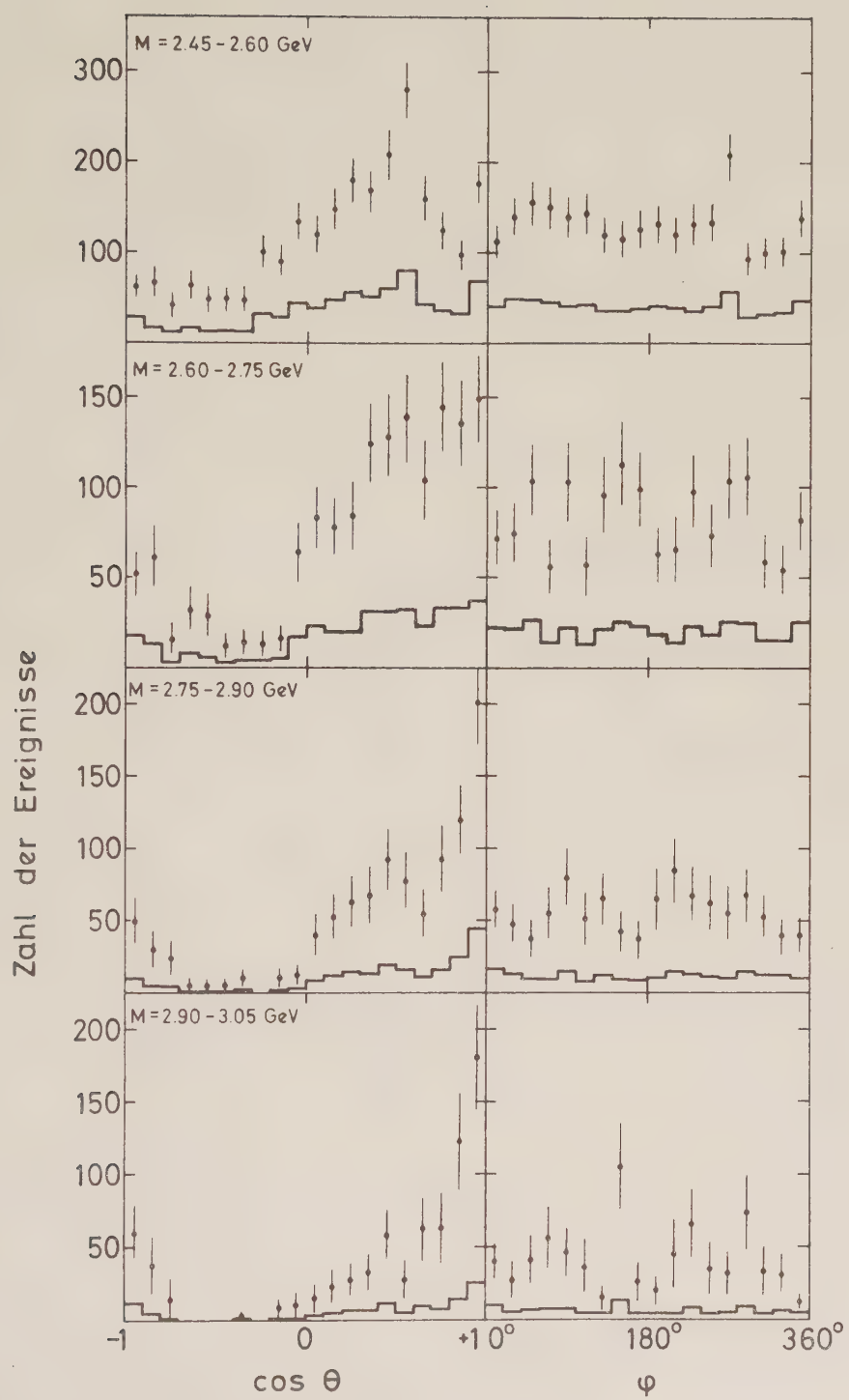


Fig. 31 $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung im Jacksonsystem
— = ungewichtet • = gewichtet

2) Momentenanalyse

Einen leichter als die Winkelverteilung selbst zu interpretierenden Überblick über die in $p\bar{p}$ auftretenden Drehimpulszustände liefert eine Momentenanalyse der Zerfallswinkelverteilung, d.h. eine Entwicklung von $d^2\sigma/d\cos\theta d\varphi$ nach Kugelflächenfunktionen $Y_1^m(\cos\theta, \varphi)$ mit M, t -abhängigen Entwicklungskoeffizienten oder Momenten $\langle N * Y_1^m \rangle$.

Die unnormalisierten Momente $\langle N * Y_1^m \rangle$ der Winkelverteilung $I(\Omega)$ in einem M, t -Intervall i sind im folgenden definiert als:

$$\begin{aligned} \langle N * Y_1^m \rangle_i &= \int_{\Omega} I_i(\Omega) \cdot \text{Re} Y_1^m(\Omega) d\Omega \\ &= \sum_{v=1}^{N_i} w^v \cdot \text{Re} Y_1^m(\cos\theta^v, \varphi^v) \\ &===== \end{aligned}$$

mit

N_i = Zahl der im M, t -Intervall i beobachteten (ungewichteten) Ereignisse

w^v = Korrekturgewicht individueller Verluste
 $w^v = w_A^v \cdot w_K^v$ (s.St.26)

$\cos\theta^v, \varphi^v$ = Zerfallswinkel im G.J.-System (Fig.9c)

$Y_1^m(\cos\theta, \varphi) = P_1^m(\cos\theta) \cdot \exp(im\varphi) / \sqrt{2\pi}$ (Def. 1t. Ref.67)

= Kugelflächenfunktion in der Normierung

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{+1} d\cos\theta (Y_1^{m*} \cdot Y_1^{m'}) = \delta_{11'} \cdot \delta_{mm'} \quad ; \quad Y_0^0 = 1/\sqrt{4\pi}$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ bzw. die gewichtete $\cos\theta, \varphi$ -Verteilung $d^2N/d\cos\theta d\varphi$ läßt sich aus den unnormalisierten Momenten gemittelt in jedem M, t -Intervall i wie folgt rekonstruieren:

$$\begin{aligned}
 (d\sigma/d\Omega)_i &= \sigma_1 \cdot (d^2N/d\cos\theta d\varphi) = \\
 &= \sigma_1 \cdot \sum_{\substack{l=0 \\ 0 \leq m \leq l}}^{l_{\max}} (2-\delta_{m0}) \cdot \langle N * Y_l^m \rangle_i \cdot \text{Re} Y_l^m(\cos\theta, \varphi)
 \end{aligned}$$

=====

mit σ_1 = Wirkungsquerschnitt für 1 Ereignis
(s.St.33)
 $l_{\max}$ = Ordnung des höchsten von Null verschiedenen Moments der Winkelverteilung

Neben den unnormalisierten Momenten $\langle N * Y_l^m \rangle$ ebenfalls häufig benutzt werden die in jedem M,t-Intervall auf 1 Ereignis normalisierten Momente

$$\langle Y_l^m \rangle_i = \langle N * Y_l^m \rangle_i / \sum_{v=1}^{N_i} w^v \quad ; \quad \langle Y_0^0 \rangle = 1/\sqrt{4\pi}$$

=====

Die Fehlermatrix der normalisierten Momente im M,t-Intervall i erhält man mit $\lambda = (l, m)$, $\lambda' = (l', m')$ und $Y_\lambda^v = Y_l^m(\Omega^v)$ zu:

$$E_{\lambda\lambda'} = \left\{ 1 / \left(N_i - \sum_{v=1}^{N_i} w^v \right) \right\} \cdot \sum_{v=1}^{N_i} (Y_\lambda^v - \langle Y_\lambda \rangle_i) \cdot (Y_{\lambda'}^v - \langle Y_{\lambda'} \rangle_i) \cdot w^v$$

=====

Die Momente der Winkelverteilung im G.J.-System wurden in diesem Experiment direkt durch Mittelwertbildung nach der oben angegebenen Definitionsgleichung berechnet. Dabei wurden die individuellen Korrekturgewichte $w^v = w_A^v \cdot w_K^v$ (s.St.26) mit den nach der Rotationsmethode (St.22) gewonnenen Gewichten der geometrischen Akzeptanz w_A^v benutzt. Dieses nur bei endlicher Akzeptanz in jedem Raumwinkelement $d\Omega$ anwendbare Verfahren vermeidet systematische Fehler, wie sie bei Anpassung der Entwicklungskoeffizienten der Winkelverteilung nach einer Minimalisierungsmethode auftreten können.

Zur Überprüfung der Ergebnisse wurden die Momente jedoch zusätzlich nach einem unabhängigen χ^2 -Verfahren berechnet. Dabei wurde in jedem M,t-Intervall i die theoretische Verteilung der Ereignisse in $40 \times 36 \cos\theta, \varphi$ -Intervallen μ mit der mittleren Akzeptanz $A(\Omega^\mu)$ in jedem Raumwinkelelement Ω^μ multipliziert und an die gemessene, auf konfigurationsabhängige Verluste außer Akzeptanz korrigierte Verteilung angepaßt (Siehe Anhang D). In M und t wurde für jedes Ereignis zwischen der bei festen M,t-Werten nach der Monte Carlo-Methode (s.St.22) berechneten Akzeptanz interpoliert. Der Vergleich der Ergebnisse beider Methoden bis $l_{\max} = 10$ erbrachte nur geringe Differenzen unter einer Standardabweichung des statistischen Fehlers.

Die Momente der Winkelverteilung bei 18.8 und 9.8 GeV Laborimpuls sind mit ihren statistischen Fehlern in den Fig. 32 bis 38 dargestellt; Zahlenwerte der wichtigsten Momente finden sich in Anhang E. Die Momente wurden, integriert über feste t-Intervalle, als Funktion der invarianten $p\bar{p}$ -Masse in 50 MeV Massenintervallen berechnet. Die folgende Tab.16 gibt einen Überblick über die in Fig.32 bis 38 dargestellten Momente und den jeweiligen t-Integrationsbereich:

Fig.	P _{Lab}	Momente	t-Bereich	Bemerkung
32	18.8	$\langle N * Y_1^0 \rangle$	$t \leq 1.0 \text{ GeV}^2$	{ Vergleich 18.8/9.8 GeV Laborimpuls gemittelt 18.8+9.8 GeV Laborimpuls
33	"	$\langle Y_1^0 \rangle$	"	
34	"	$\langle Y_1^1 \rangle$	"	
35	18.8 / 9.8	$\langle N * Y_1^0 \rangle$	$t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$	
36	"	$\langle N * Y_1^0 \rangle$	"	
37	18.8 + 9.8	$\langle Y_1^0 \rangle$	$t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$	
38	"	$\langle Y_1^1 \rangle$	"	

Tab.16

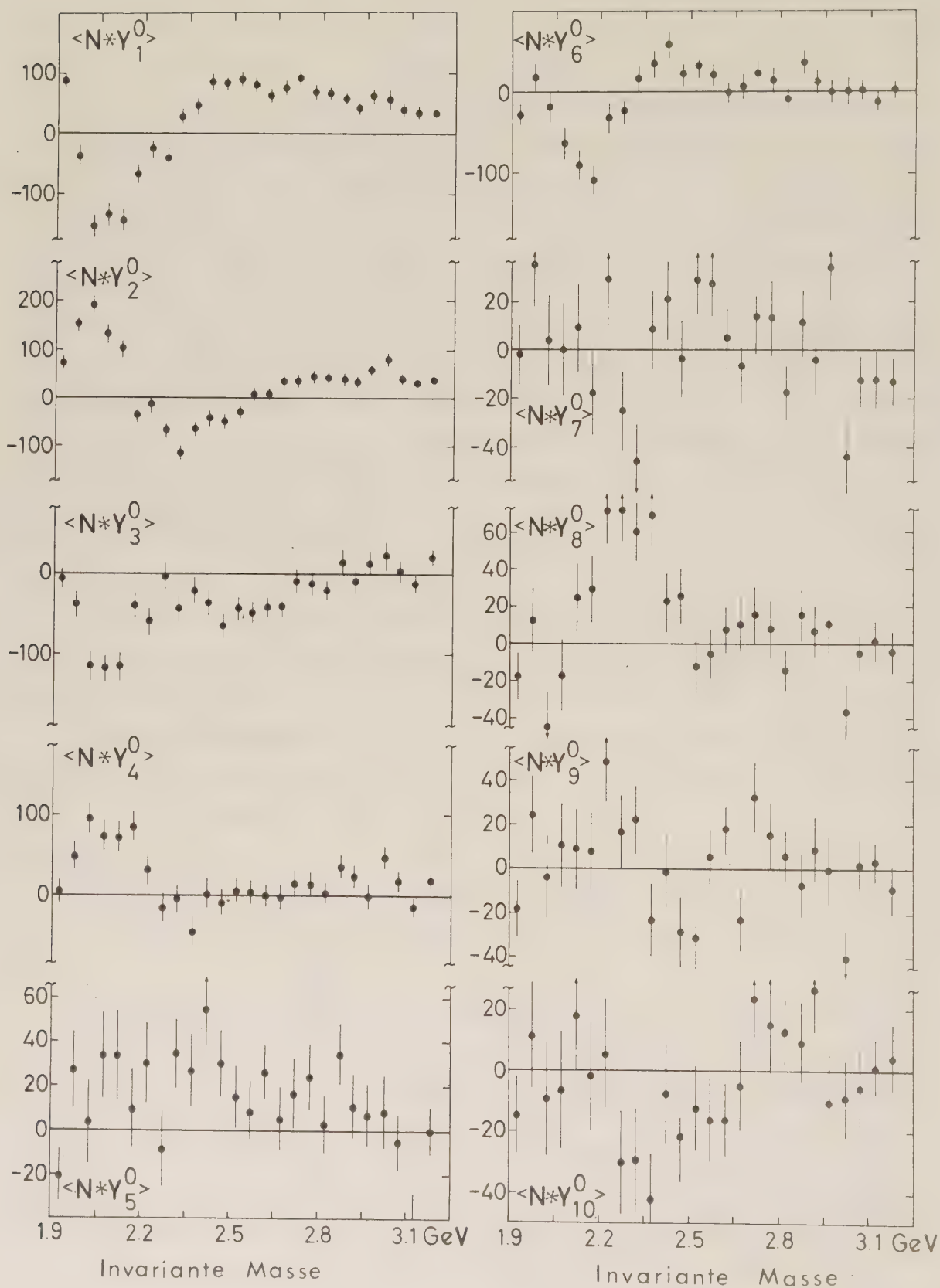


Fig.32 $\langle N^*Y_l^0 \rangle$ bei 18.8 GeV , $t \leq 1 \text{ GeV}^2$

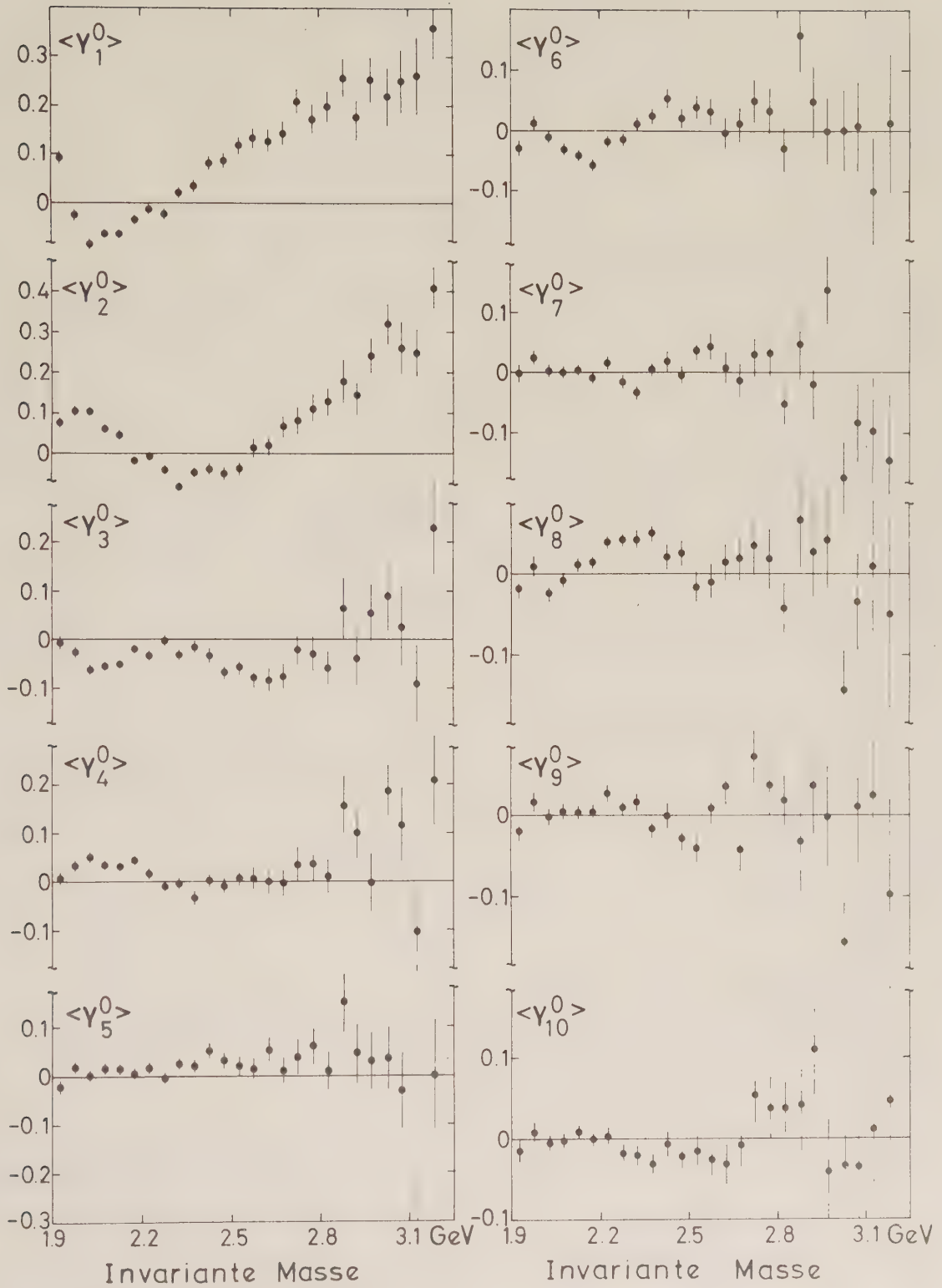


Fig.33 $\langle Y_\ell^0 \rangle$ bei 18.8 GeV, $t \leq 1 \text{ GeV}^2$

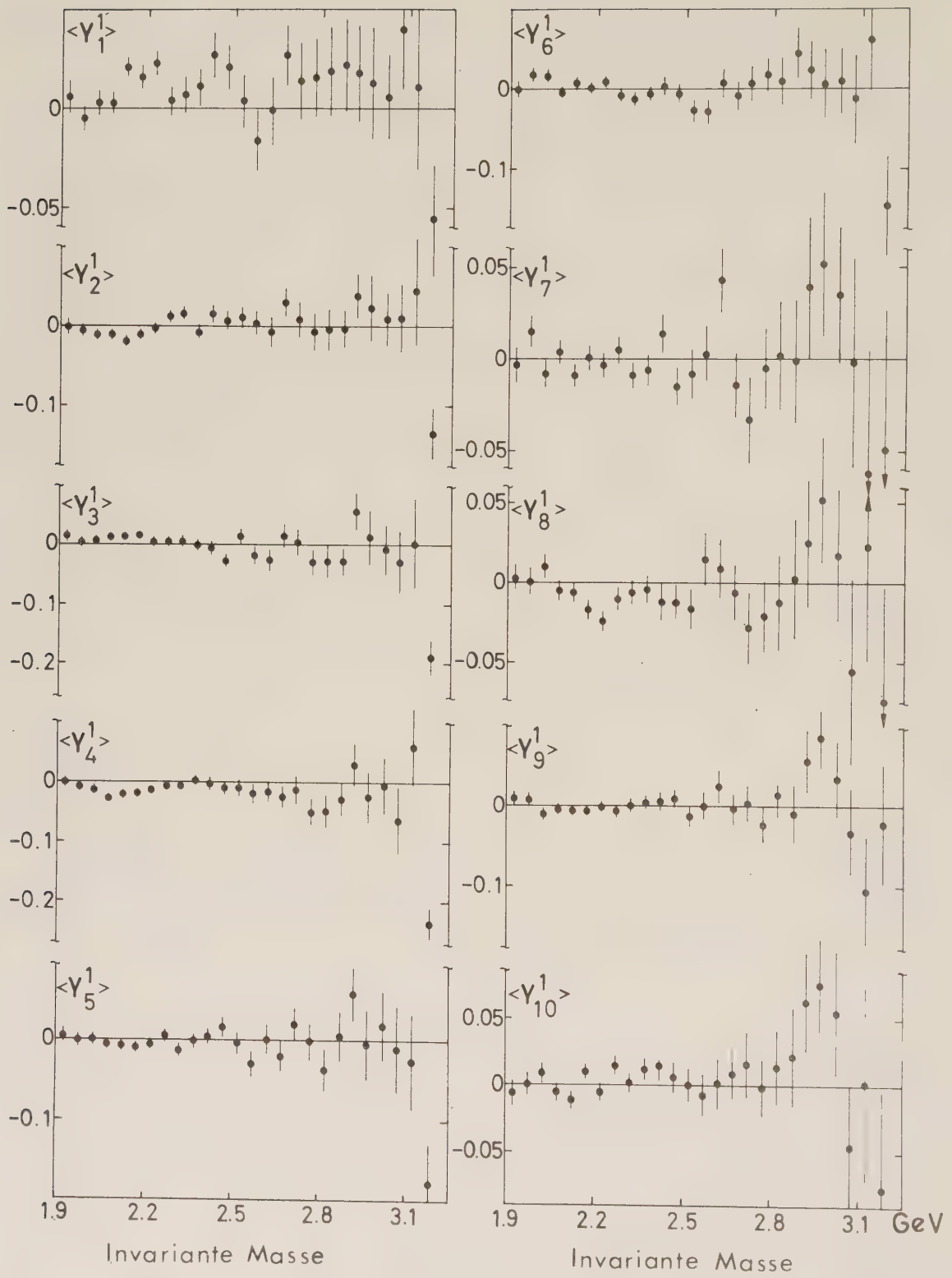


Fig.34 $\langle Y_\ell^1 \rangle$ bei 18.8 GeV, $t \leq 1 \text{ GeV}^2$

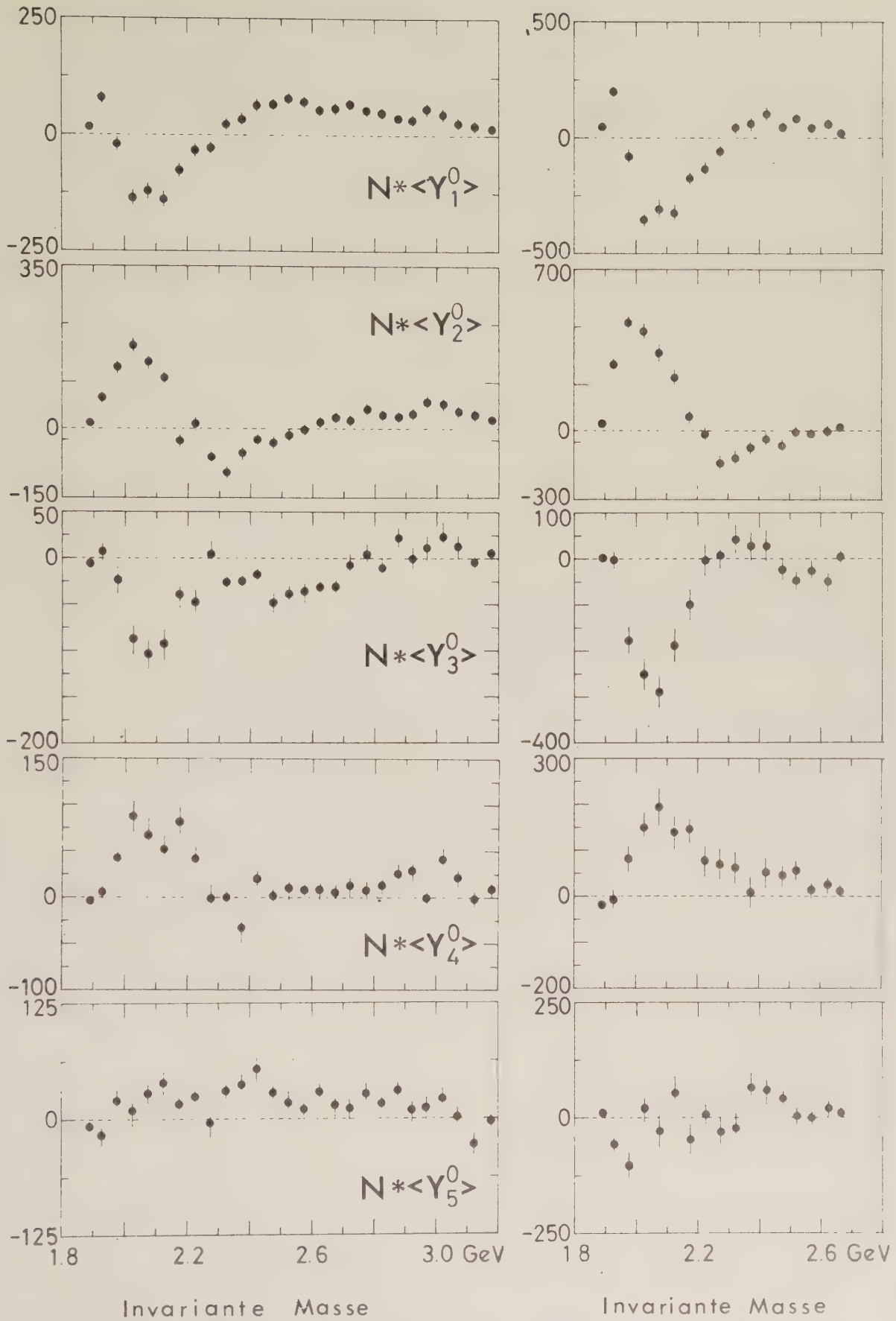


Fig. 35 $\langle N^* Y_l^0 \rangle$ bei 18.8 und 9.8 GeV, $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$

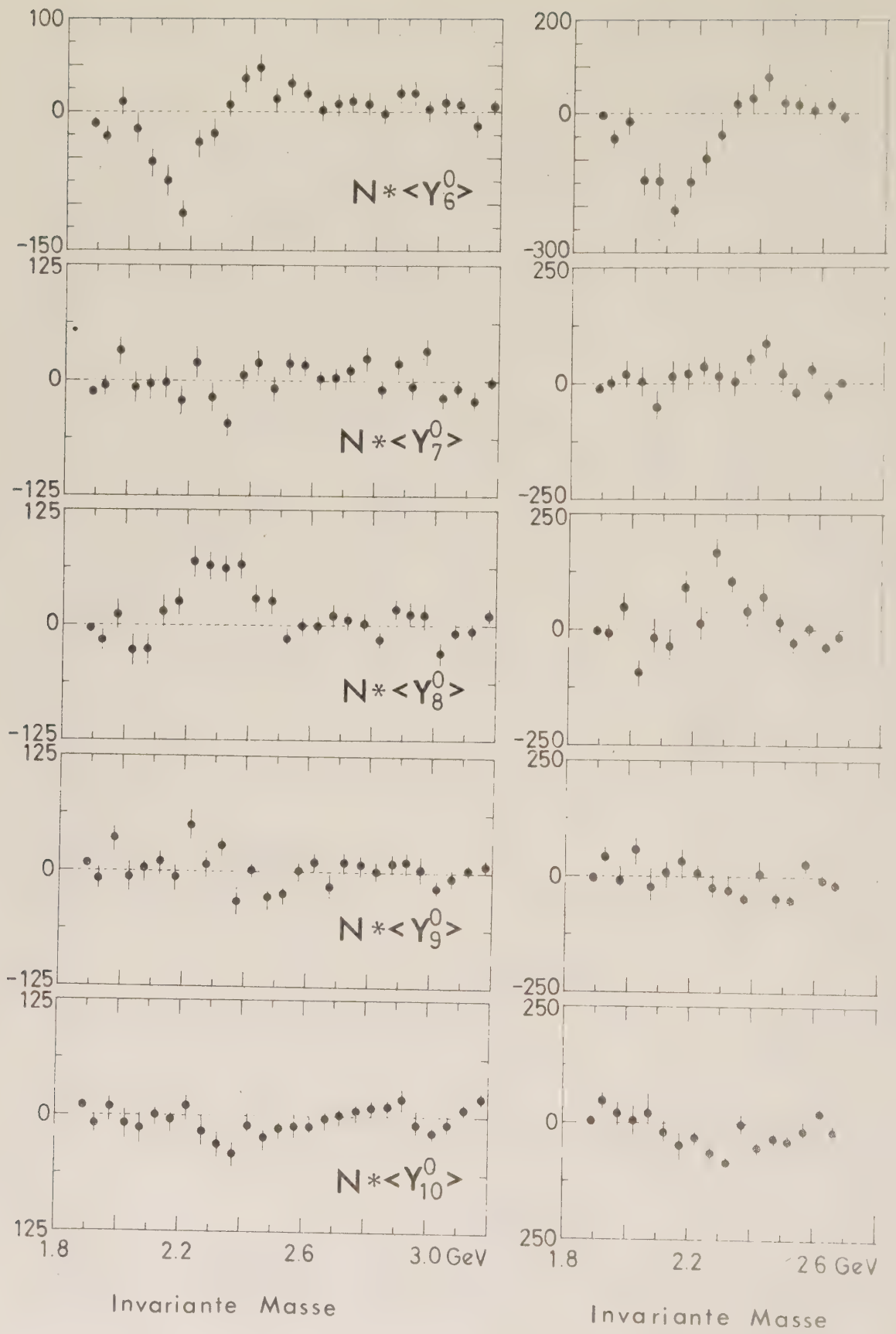


Fig. 36 $\langle N^* Y_l^0 \rangle$ bei 18.8 und 9.8 GeV, $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$

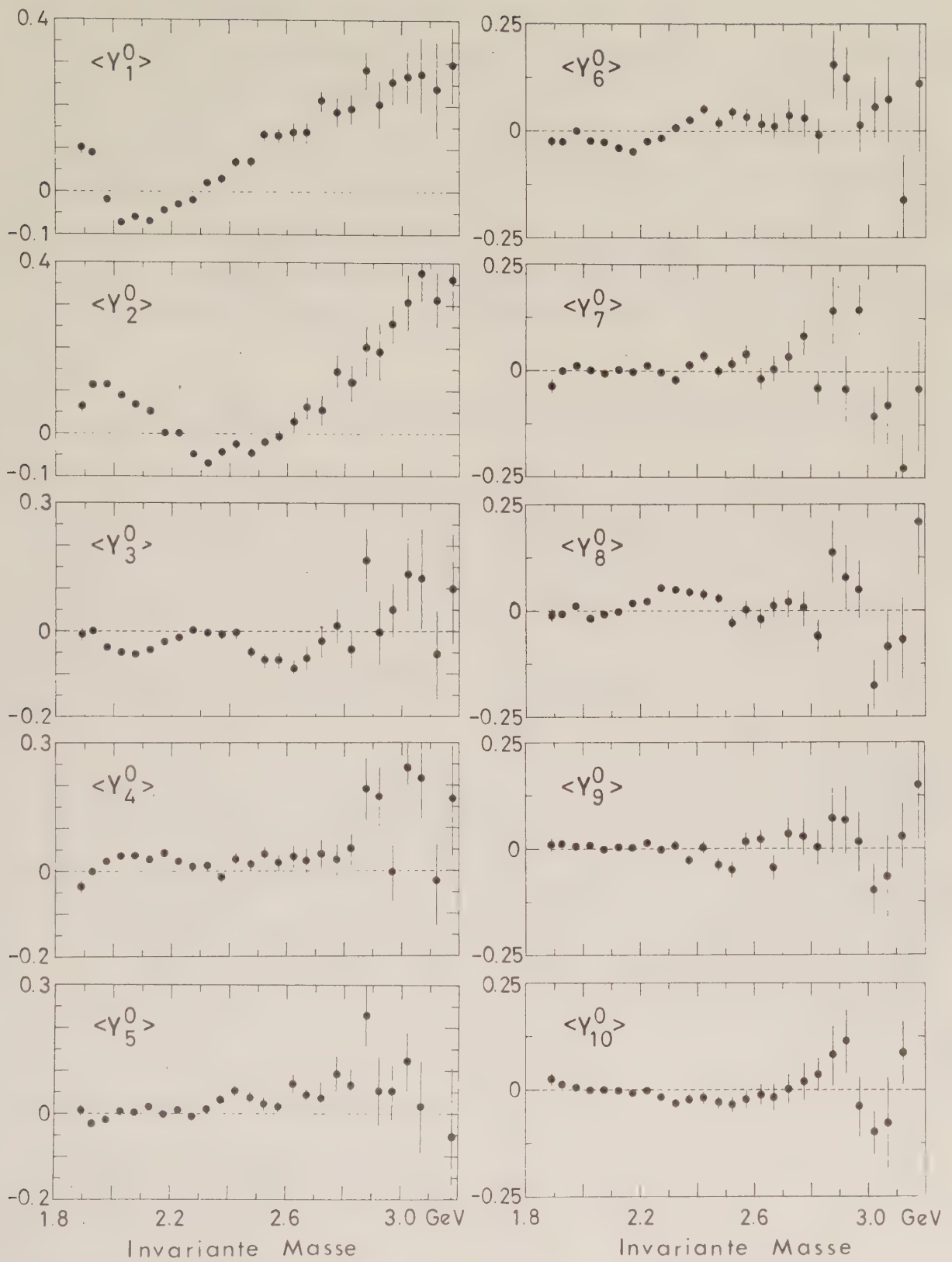


Fig. 37 $\langle Y_\ell^0 \rangle$ 18.8 und 9.8 GeV gemittelt,
 $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$

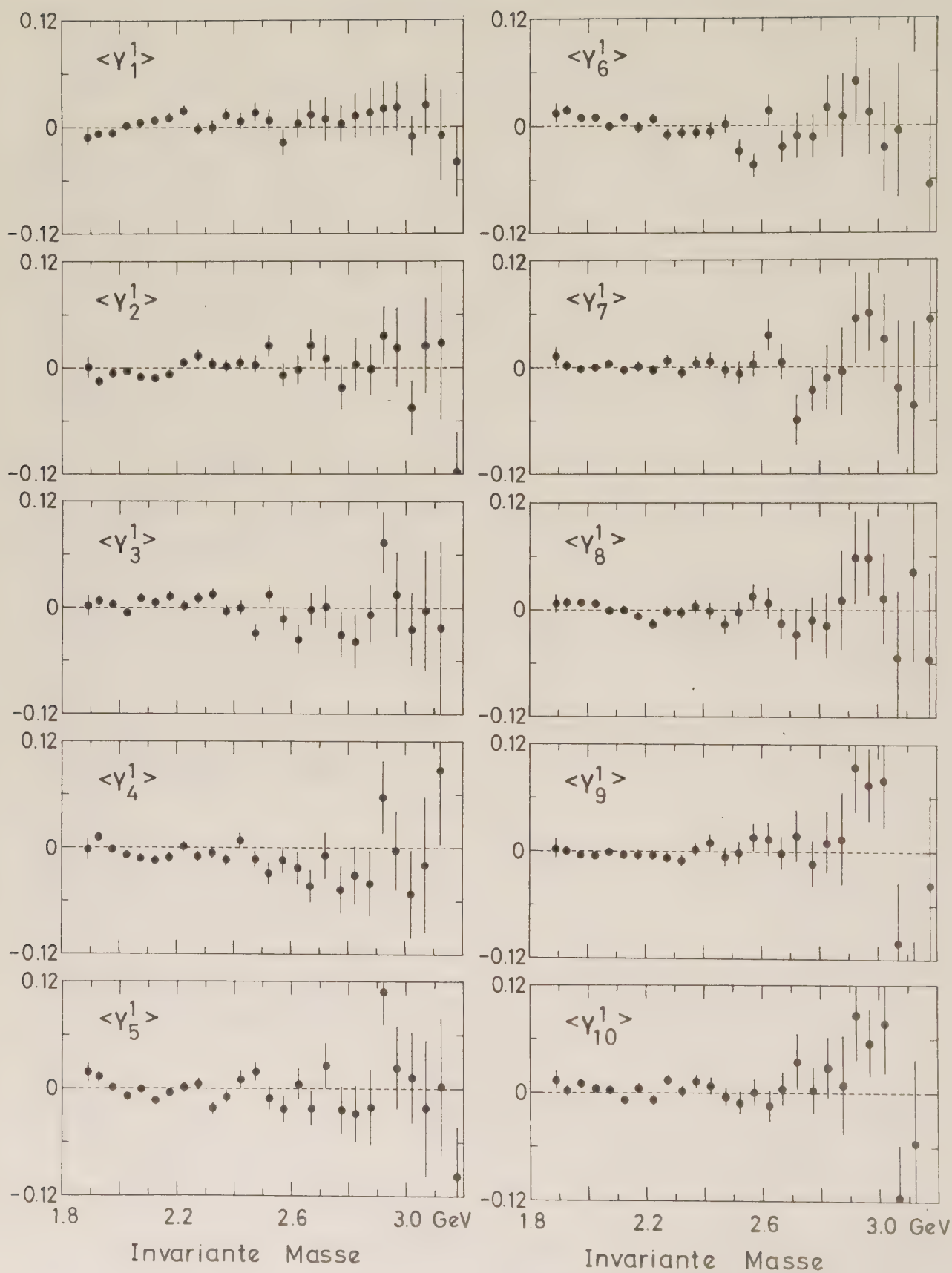


Fig. 38 $\langle \gamma_\ell^1 \rangle$ 18.8 und 9.8 gemittelt, $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$

Ein Vergleich der normalisierten Momente bei 18.8 und 9.8 GeV Laborimpuls zeigt, daß diese innerhalb der statistischen Fehler übereinstimmen. Kombiniert man die bei beiden Laborenergien gemessenen Momente durch Bildung des gewichteten Mittels mit Gewichten $g = (1/\delta \langle Y_1^m \rangle)^2$, so erhält man bei einem um den Faktor $\sim \sqrt{2}$ verringerten statistischen Fehler die in Fig.37 und 38 dargestellten Momente. Momente mit $l > l_{\max} = 10$ oder $m \geq 2$ sind bei beiden Laborenergien mit Null konsistent und deshalb nicht weiter berücksichtigt.

3) Diskussion und Vergleich mit der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$

Die $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung im G.J.-System läßt sich bei Produktion durch Eipionenaustausch in der Form

$$dG/d\Omega \sim \left| \sum_J \sqrt{2J+1} \cdot S_0^J \cdot Y_J^0(\Omega) \right|^2 + \left| \sum_J \sqrt{2J+1} \cdot S_1^J \cdot Y_J^1(\Omega) \right|^2$$

mit zwei zu jeder Partialwelle J ($J \geq 1 = S_{p\bar{p}}$) beitragenden Helizitätsamplituden S_0^J und S_1^J schreiben (Anhang F). $S_0^J = S_{-+}^J = S_{+-}^J$ und $S_1^J = S_{--}^J = S_{++}^J$ sind dabei die Amplituden für entgegengesetzte oder gleiche $p\bar{p}$ -Helizitäten im Ausgangskanal. Mit der Abkürzung $a_J = \sqrt{2J+1} \cdot S_0^J$ und $b_J = \sqrt{2J+1} \cdot S_1^J$ ergibt sich dann laut Anhang folgende Beziehung zwischen Partialwellenamplituden und $m=0$ -Momenten der Winkelverteilung:

$$\langle N * Y_1^0 \rangle = \sum_{i,j=1}^{J_{\max}} (c_{ij1}^0 \cdot a_i a_j^* + c_{ij1}^1 \cdot b_i b_j^*)$$

$|i-j| \leq 1 \leq i+j$

=====

Hieraus läßt sich unmittelbar folgendes ablesen: Das höchste von einem Gesamtdrehimpuls oder $p\bar{p}$ -Resonanzspin $J_{\max}$

erzeugte Moment hat die Ordnung $l_{\max} = 2J_{\max}$. Je nach Betrag der Amplituden und relativem Vorzeichen der Koeffizienten c_{ijl}^0 und c_{ijl}^1 kann dieses Moment, muß jedoch nicht notwendigerweise von Null verschieden sein. Zu den niedrigeren Momenten tragen alle Partialwellen mit $|i-j| \leq l \leq i+j$ bei, und zwar i und j geradzahlig oder i und j ungeradzahlig für gerade l , i (j) geradzahlig und j (i) ungeradzahlig für ungerade l . Das niedrigste Moment $\langle N \pi Y_0^0 \rangle$ ist bis auf den Faktor $1/\sqrt{4\pi}$ identisch mit dem $p\bar{p}$ -Massenspektrum und gibt die Gesamtintensität als Summe der Betragsquadrate aller beitragenden Partialwellenamplituden an. Damit läßt sich aus den Ergebnissen der Momentenanalyse folgendes schließen:

Der höchste in $p\bar{p}$ bis etwa 3 GeV invariante Masse beobachtete Spin ist $J_{\max} = 5$. Dies folgt aus der Tatsache, daß Momente mit $l > 10$ Null, Momente bis $l_{\max} = 10$ jedoch signifikant von Null verschieden sind. Da sowohl gerade als auch ungerade Momente auftreten (Asymmetrie der Winkelverteilung), müssen geradzahlige und ungeradzahlige Partialwellen vergleichbarer Größe beitragen. Die Überlagerung dieser Zustände mit verschiedenen Spins führt zu dem bei ca. 2.1 GeV im Massenspektrum beobachteten breiten Maximum. Da mit $J_{\max} = 5$ selbst unter der Voraussetzung von Einpionenaustausch zehn verschiedene Amplituden zur $p\bar{p}$ -Produktion beitragen können, ist die Ermittlung von Resonanzparametern bei der beobachteten komplizierten Struktur der Momente nicht ohne massenabhängige Partialwellenanalyse möglich.

Die on-shell $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Winkelverteilung ist nach dem Prinzip des detaillierten Gleichgewichts identisch mit der in der Umkehrreaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ beobachteten Winkelverteilung. Ein Vergleich der in Reaktion (1) durch eine Polextrapolation bestimmten on-shell-Winkelverteilung mit Daten aus $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Annihilationen wäre demnach ein weiterer bedeutender Test für die dominierende Rolle des Einpionenaustauschs im Produktionsprozeß. Leider ist die Statistik in diesem Experiment nicht ausreichend, um die gemessenen off-shell-Momente als Funktionen von M und t nach dem Pionpol $t = -m_\pi^2$

zu extrapolieren. Für einen qualitativen Vergleich können jedoch statt dessen die in einem physikalischen t -Intervall bei kleinen t integrierten Momente direkt benutzt werden, wenn man für alle Momente annähernd gleiche t -Abhängigkeit voraussetzt: Fig.39 und Fig.40 zeigen die aus den Momenten der Fig.33 berechneten normalisierten Legendre-Koeffizienten der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung

$$a_1/a_0 = \sqrt{4\pi \cdot (2l+1)} \cdot \langle Y_l^0 \rangle$$

im Vergleich zu Daten der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$. Die Vergleichsdaten der Fig.39 stammen von verschiedenen Blasenkammerexperimenten³⁵⁻³⁷⁾, Fig.40 zeigt zusätzlich die geraden Koeffizienten aus einem Funkenkammerexperiment³⁸⁾, bei dem die Ladung der auslaufenden Pionen nicht gemessen und deshalb nur eine gefaltete Winkelverteilung $I(\theta) + I(\pi-\theta)$ bestimmt werden konnte. Daten eines erst kürzlich veröffentlichten $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Experimentes³⁹⁾ hoher Statistik sind in Fig.41 gemeinsam mit den über $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$ integrierten Koeffizienten dieses Experiments bei 18.8 GeV Laborimpuls aufgetragen.

Der Vergleich zeigt eine deutliche Übereinstimmung in der Struktur der Koeffizienten, d.h. gleiche Lage der Minima, Maxima und Nullstellen als Funktion der $p\bar{p}$ -Masse. Lediglich in der absoluten Größe der Koeffizienten treten Differenzen auf, die abgesehen von rein experimentell bedingten Unsicherheiten verschiedene Ursachen haben können: Etwas verschiedene t -Abhängigkeit der Momente dieses Experiments im Integrationsintervall und die Vernachlässigung von off-shell-Effekten kann zumindest teilweise die im Vergleich zu den Daten der Umkehrreaktion geringere Größe einiger Koeffizienten im Bereich der Maxima erklären. Weiterhin kann in Reaktion (1) der Austausch schwererer Mesonen, vor allem ϱ^+ -Austausch, neben Einpionenaustausch einen gewissen Beitrag im Produktionsprozeß leisten und die off-shell-Winkelverteilung im physikalischen Bereich $t \gg -m_\pi^2$ beeinflussen. Eine Vorstellung von der Größenordnung dieses Beitrags kann man aus bekannten Wirkungsquerschnitten für $p\bar{p} \rightarrow \pi \varrho$ -Annihila-

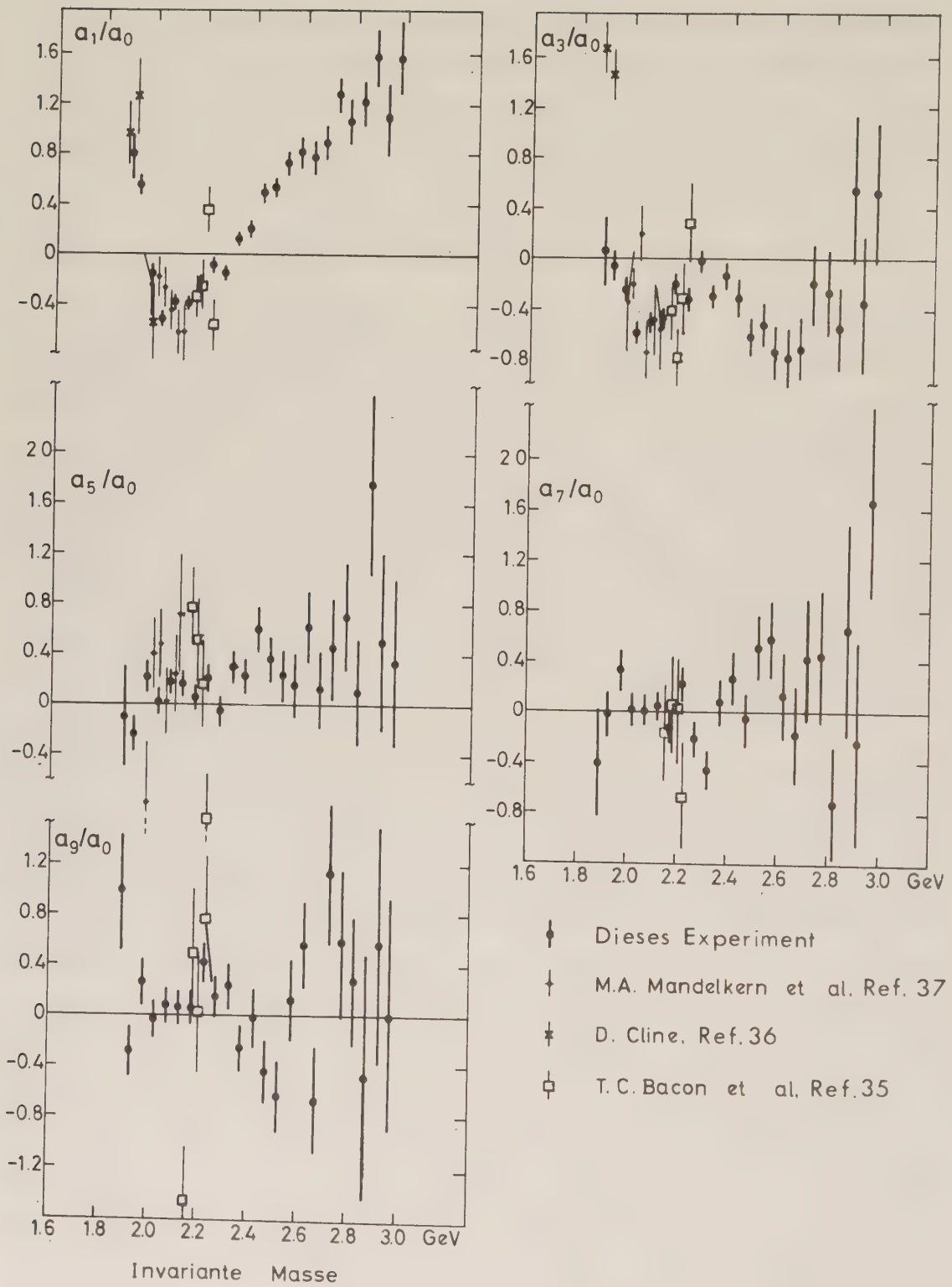


Fig. 39 a_t/a_0 bei 18.8 GeV, $t \leq 1 \text{ GeV}^2$

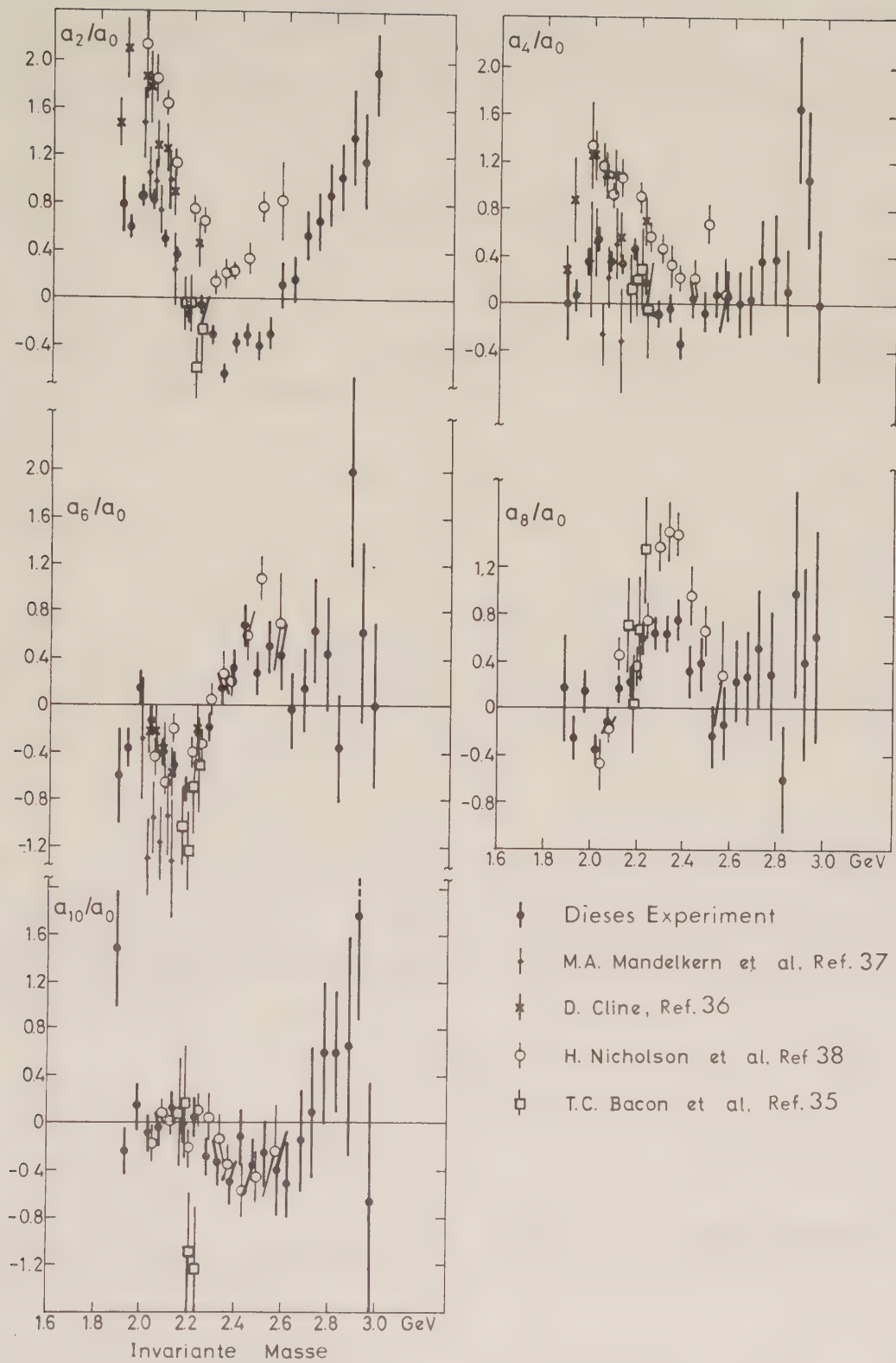
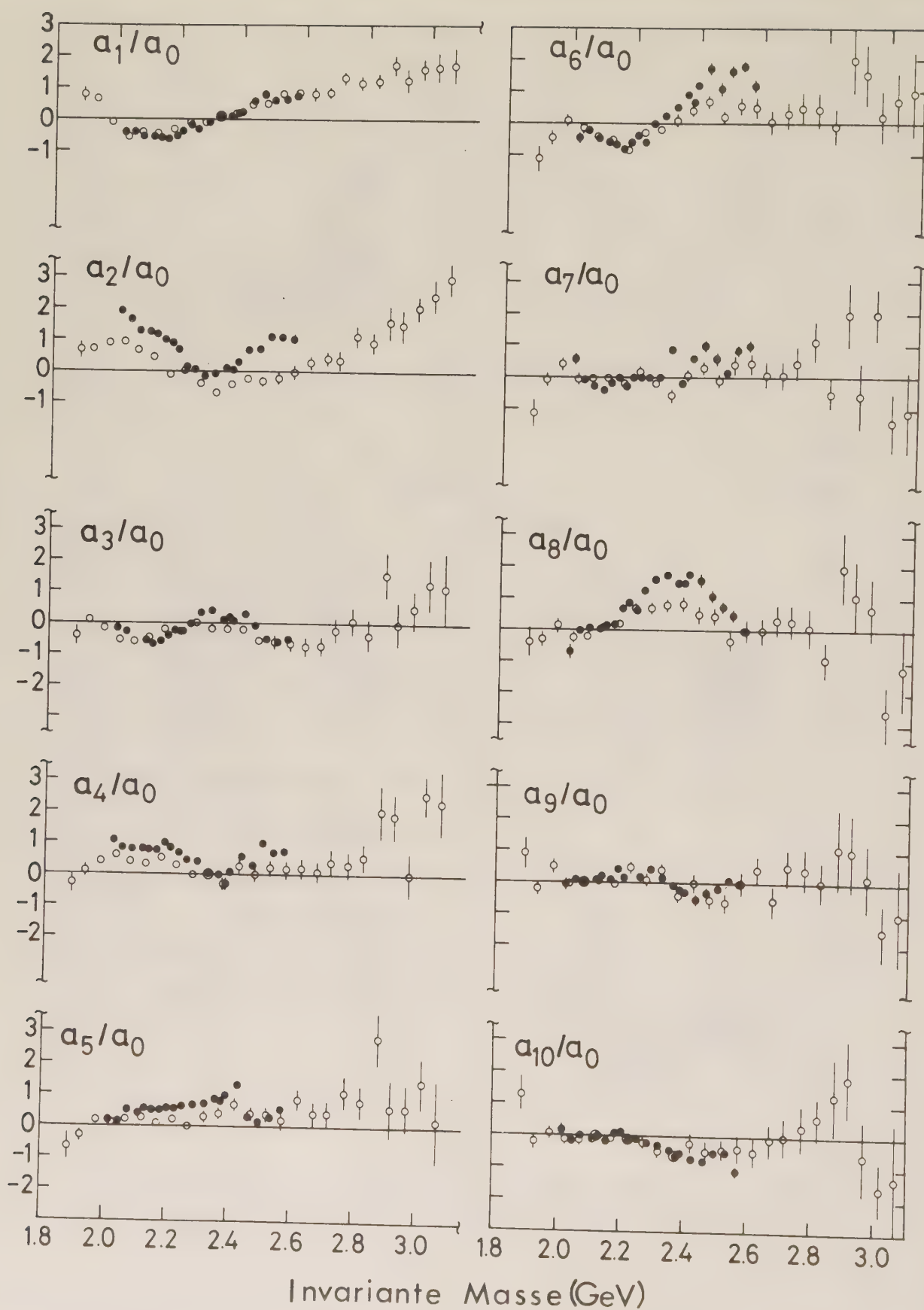


Fig. 40 a_2/a_0 bei 18.8 GeV, $t \leq 1 \text{ GeV}^2$



○ Dieses Experiment, ● Ref. 39

Fig. 41 a_l/a_0 bei 18.8 GeV, $t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$

tion gewinnen: Setzt man den Produktionsquerschnitt bei Austausch eines Teilchens X in roher Näherung (Polterm und on-shell-Wirkungsquerschnitt aus detailliertem Gleichgewicht am oberen Vertex)

$$\sigma_{\text{Prod}} \sim \frac{1}{(t + m_X^2)^2} \cdot \frac{4}{2S_X + 1} \cdot \frac{q_{p\bar{p}}^{*2}}{q_{\pi X}^{*2}} \cdot \sigma(p\bar{p} \rightarrow \pi^+ X^-)$$

so erhält man für die Verhältnisse R von π^- zu ϱ^- -Austausch bei $t = 0.1 \text{ GeV}^2$ folgende Werte:

P_{Lab}	$M_{p\bar{p}}$	$\sigma(p\bar{p} \rightarrow \pi^- \pi^+)$	Ref.	$\sigma(p\bar{p} \rightarrow \pi^- \varrho^+)$	Ref.	R
0.12	1.88	$\gtrsim 1 \text{ mb}$	12	$4.5 \pm 0.8 \text{ mb}$	47, 48	6.7 %
0.33	1.90	$1.0 \pm 0.2 \text{ mb}$	39	$3.9 \pm 0.2 \text{ mb}$	"	5.6 %
1.23	2.16	$275 \pm 5 \mu\text{b}$	"	$156 \pm 42 \mu\text{b}$	35	0.8 %
1.30	2.18	$236 \pm 4 \mu\text{b}$	"	$154 \pm 43 \mu\text{b}$	"	0.8 %
1.36	2.21	$199 \pm 4 \mu\text{b}$	"	$75 \pm 41 \mu\text{b}$	"	0.5 %
1.43	2.23	$165 \pm 4 \mu\text{b}$	"	$107 \pm 39 \mu\text{b}$	"	0.9 %
2.30	2.53	$42 \pm 1 \mu\text{b}$	"	$60 \pm 20 \mu\text{b}$	42	1.7 %

Tab.17

Diese unter Mißachtung unterschiedlicher Vertexfunktionen⁴⁶⁾ und etwas kleinerer ϱ -Kopplungskonstanten²⁸⁾ am unteren Vertex eher zu groß bestimmten Werte zeigen, daß für kleine t außer in direkter Schwellennähe kein wesentlicher Einfluß von ϱ -Austausch auf die beobachteten off-shell-Wirkungsquerschnitte zu erwarten ist. Gleiches gilt für den A_2 -Austausch, der z.B. bei $M_{p\bar{p}} = 2.15 \text{ GeV}$ mit⁴⁹⁾ $\sigma(p\bar{p} \rightarrow \pi^- A_2^+) = 17.2 \pm 3.7 \mu\text{b}$ höchstens 0.012% der Produktion durch Einpionenaustausch betragen kann. Daß der Austausch schwerer Mesonen mit höherem Spin nur unbedeutend beiträgt, wird durch die im gesamten Massenbereich mit Null konsistenten $m \geq 2$ -Momente der Winkelverteilung bestätigt.

Ein Blick auf Fig.34 oder Fig.38 zeigt, daß die $m=1$ -Momente der Winkelverteilung zwar klein, entgegen den Erwartungen bei Austausch eines spinlosen Pions aber nicht exakt Null sind. Diese Beobachtung deckt sich mit den Aussagen eines um Absorptionskorrekturen erweiterten Einpionenaustauschmodells⁵⁰⁾, wie es z.B. erfolgreich zur Beschreibung der peripheren ϱ -Produktion⁵¹⁾ in der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ angewandt wurde: Eine im Prinzip für jede Partialwelle unterschiedliche Beeinflussung der Produktionsamplitude, ein endlicher Wert des differentiellen Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dt \neq 0$ bei $t=0$ und schließlich nicht verschwindende $m=1$ -Momente ($\sim \cos \varphi$) der Winkelverteilung. Die Stärke der Absorption wird gemessen durch die Absorptionskonstante C_A , die nach einem Modell von W.Ochs und F.Wagner⁵²⁾

$$\text{Re } C_A \sim (M / \sqrt{1(1+1)}) \cdot \langle Y_1^1 \rangle / \langle Y_1^0 \rangle$$

wird. Die Verhältnisse $\langle Y_1^1 \rangle / \langle Y_1^0 \rangle$ sind in Fig.42 als Funktion der invarianten Masse M aufgetragen, und zwar für Daten⁶⁾ der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ bei 17.2 GeV Laborimpuls bis 1.9 GeV invariante $\pi\pi$ -Masse und aus den Momenten der Fig.35 und 36 dieses Experiments berechnet für invariante $p\bar{p}$ -Massen größer 1.9 GeV.

Der in den $\pi\pi$ -Daten beobachtete Verlauf setzt sich konsistent oberhalb der $p\bar{p}$ -Schwelle in Reaktion (1) fort. Zwar erlauben die statistischen Fehler in diesem Experiment keine Aussage über eine weitere, in den $\pi\pi$ -Daten beobachtete Abnahme der Absorption⁵²⁾ mit zunehmender Masse oberhalb 1.9 GeV, jedoch wird ein sprunghafter Anstieg an der $p\bar{p}$ -Schwelle³⁶⁾ und hohe Inelastizität im $\pi^+ \pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Kanal durch die Kleinheit der beobachteten $m=1$ -Momente ausgeschlossen. Diese Beobachtung wird gestützt durch die Feststellung (St.44), daß der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ sehr gut durch ein elementares Einpionenaustauschmodell ohne Absorption beschrieben wird.

Abschließend zur Diskussion der $p\bar{p}$ -Winkelverteilung sei noch darauf hingewiesen, daß außer den Effekten im Produktionsprozeß auch Untergrundbeiträge, vor allem als $p\bar{p}$ interpretierte $K^+ K^- n$ - oder $p\bar{p} n \pi^0$ -Endzustände in diesem Experiment (s.St.31) bzw. Zustände mit Kaonen oder mehr als zwei Mesonen in $p\bar{p}$ -Annihilationsexperimenten ($\approx 4-10\%$), zu Differenzen in der Struktur der beobachteten Winkelverteilungen führen können.

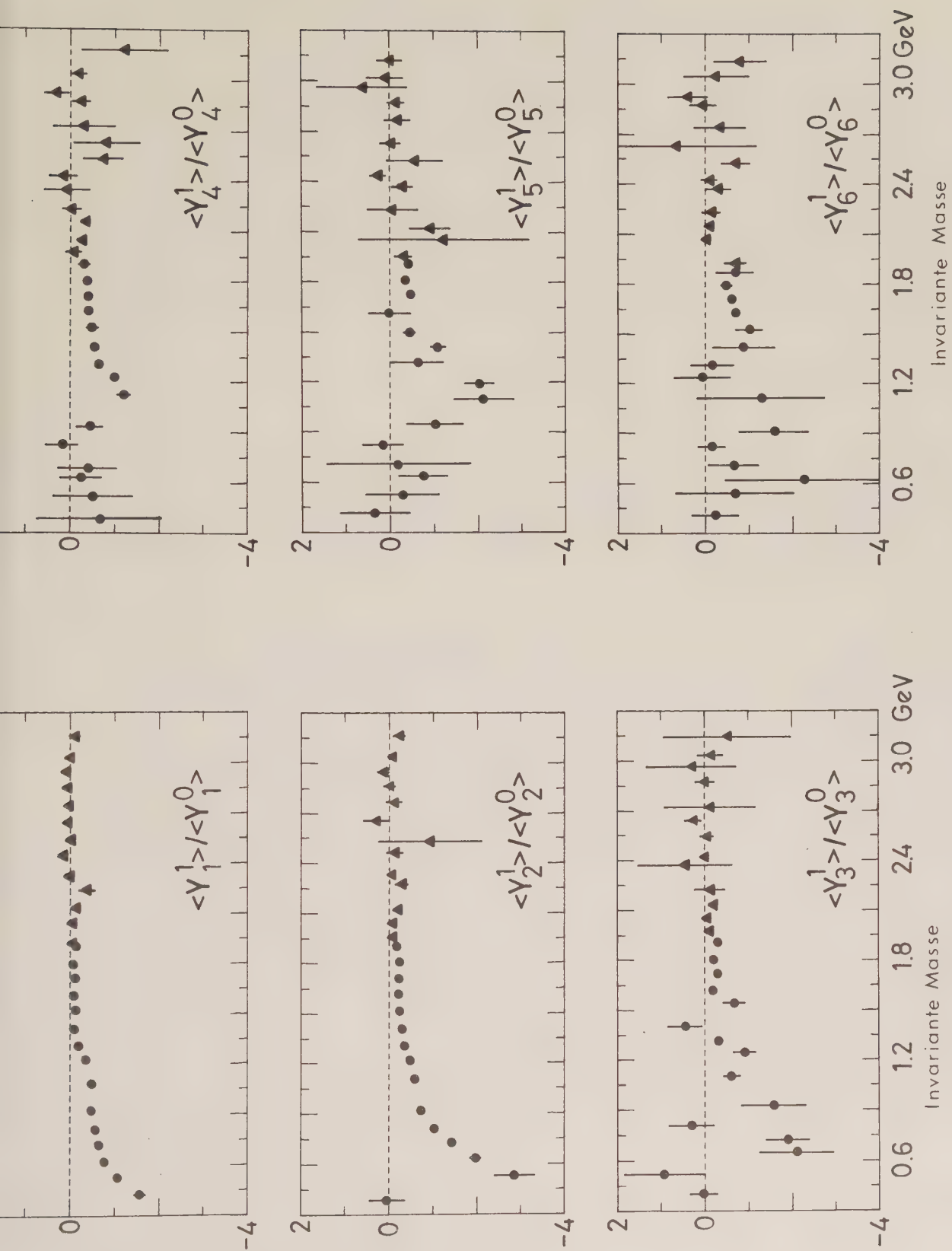


Fig. 42 $\langle Y_l^1 \rangle / \langle Y_l^0 \rangle$

VI) Partialwellenanalyse der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung

Wie im vorangegangenen Abschnitt gezeigt wurde, ist die in den Momenten der Winkelverteilung beobachtete Struktur zu komplex, um eine unmittelbare Interpretation durch Resonanzen mit Angabe von Masse und Spin zu erlauben. Erfolgversprechender ist die Bestimmung von Resonanzparametern in einer Partialwellenanalyse der Winkelverteilung mit geeigneter massenabhängiger Parametrisierung der Partialwellenamplituden.

1) Durchführung der Analyse

Unter Annahme von Einpionenaustausch als dominantem Produktionsprozeß lautet die Partialwellenzerlegung der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung im G.J.-System als Funktion der Masse $m = M_{p\bar{p}}$ (Anhang G):

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dm \, d\cos\theta} &= C \cdot PS(m) \cdot \left| \sum_J (\sqrt{J} \cdot S_J^- - \sqrt{J+1} \cdot S_J^+) \cdot Y_J^0(\theta, \varphi) \right|^2 + \\ &+ \left| \sum_J (\sqrt{J+1} \cdot S_J^- + \sqrt{J} \cdot S_J^+) \cdot Y_J^1(\theta, \varphi) \right|^2 \\ &===== \end{aligned}$$

Die $S_J^- = S_J^{L=J-1}(m)$ und $S_J^+ = S_J^{L=J+1}(m)$ sind die S-Matrixelemente für $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Streuung im Tripletzustand $S_{p\bar{p}} = 1$ mit $p\bar{p}$ -Bahndrehimpuls L und Gesamtdrehimpuls J . Die Zerlegung nach Drehimpulszuständen anstelle z. B. einer Helizitätsdarstellung wurde gewählt, um Zentrifugaleffekte, die sich im Verhältnis der Amplituden zu gleichem Spin J und verschiedenem Bahndrehimpuls äußern, leichter beobachten zu können.

Da zum Zeitpunkt der Analyse dieses Experiments keine alternativen Modelle⁵³⁾ für Resonanzbildung in Nukleon-Antinukleonsystemen existierten, wurden die Amplituden durch eine einfache Breit-Wigner-Form und einen nicht resonanten, schwach massenabhängigen Untergrund parametrisiert:

$$\underline{S_J^+(m) = BW_J^+(m) + U_J^+(m)}$$

$$U_J^+(m) = b_J^+ \cdot q^{*}(m) \quad ; \quad b \text{ komplex}$$

mit

$$BW_J^+(m) = \frac{a_J^+}{e_J(m) - i} \quad ; \quad e_J(m) = \frac{m_J^2 - m^2}{m_J \cdot \Gamma_J(m)}$$

=====

wobei $q^{*}(m) = \sqrt{m^2/4 - m_p^2} = p\bar{p}$ -Schwerpunktsimpuls

$$m_J = \text{Masse der B.W.-Resonanz mit Spin } J$$

$$\Gamma_J(m) = \Gamma_J \cdot q^{*}(m)/q^{*}(m_J) \quad \text{und}$$

$$\Gamma_J = \text{Breite der B.W.-Resonanz } J$$

Die Massenabhängigkeit der Breite der B.W.-Resonanz $\Gamma(m)$ wurde in einfachster Näherung als unabhängig vom Resonanzspin J angesetzt. Eine in der Resonanzproduktion meist angenommene Energieabhängigkeit⁵⁴⁾ $\sim D_L^{-1/2}(q_\pi) \cdot q_\pi^{L+1/2} \cdot q_p^{L+1/2} \cdot D_L^{-1/2}(q_p)$ ergibt bei den in $p\bar{p}$ auftretenden hohen Spins bis $J_{\max} = 5$ keine bessere Beschreibung breiter Resonanzen über einen weiten Massenbereich von der Schwelle bis ca. 3 GeV.

Die oben angegebene Partialwellenzerlegung für den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/dm \, d\cos\theta$ gilt streng für reelle on-shell $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Streuung. Da aus Gründen ungenügender Statistik in diesem Experiment nur die Massenabhängigkeit der über physikalische t integrierten Winkelverteilung studiert werden kann, ergibt sich mit den Definitionen der St.43 für die off-shell-Winkelverteilung bei Einpionenaustausch ein gemeinsamer Faktor

$$PS(m) = \frac{F_2(m)}{(q_{\pi\pi}^*)^2} \cdot \int_{t_{\min}(m)}^{t_{\max}} F_1(t) dt \quad \sim \quad \frac{m^2}{q_{\pi\pi}^*} \cdot \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} F_1(t) dt$$

=====

Das so definierte Modell enthält für $J_{\max} = 5$ insgesamt 40 Parameter. Ein Parameter, z.B. $a_3^- = 1$ ist durch die Wahl der Normierungskonstanten C festgelegt. Die übrigen 39 freien Parameter wurden durch eine χ^2 -Anpassung an die über $t \leq 1 \text{ GeV}^2$ integrierte Winkelverteilung bei 18.8 GeV Laborimpuls im Massenbereich $1.95 \leq M_{p\bar{p}} \leq 3.0 \text{ GeV}$ bestimmt.²⁶⁾

2) Ergebnisse und Diskussion

Die Resultate einer Anpassung (1) mit und (2) ohne Untergrund ($b_J \equiv 0$) sind in Tab.18 zusammengestellt. Das in der Anpassung (1) erhaltene Massenspektrum wurde bereits in Fig.23b dargestellt (St.37), Fig.43 und Fig.44 zeigen die mit den Werten der Tab.18 berechneten $m=0$ -Momente der Winkelverteilung und deren Vorwärts-Rückwärtsasymmetrie als Funktion der $p\bar{p}$ -Masse (— = (1), --- = (2)).

Aus den Ergebnissen läßt sich folgendes schließen:

1) Die Qualität der Anpassung ist in beiden Fällen mit $\chi^2 = 1019$ für 621 Freiheitsgrade ohne und $\chi^2 = 703$ für 610 Freiheitsgrade mit Untergrund nicht besonders gut, jedoch im Rahmen des recht einfachen Modells (s. auch St.55) durchaus zufriedenstellend. Dies schließt nicht aus, daß Modelle mit anderer Parametrisierung des Resonanzverhaltens⁵³⁾ oder Untergrunds^{39,55)} eine bessere Anpassung ergeben könnten.

2) Die Hinzunahme eines schwach massenabhängigen Untergrunds ergibt ein niedrigeres χ^2 und eine merklich bessere Beschreibung der Winkelverteilung bei höherer Masse.

3) Alle Partialwellen $1 \leq J \leq 5$ tragen neben einer etwas stärker hervortretenden $J=3$ -Resonanz in gleicher Größenordnung bei.

4) Die Amplituden a_J^+ zu höherem Bahndrehimpuls $L=J+1$ sind kleiner als diejenigen zu niedrigem Bahndrehimpuls $L=J-1$. Dies deutet auf eine Unterdrückung der höheren Drehimpulszustände durch Zentrifugaleffekte im $p\bar{p}$ -System.

5) Die Breiten aller Resonanzen sind in der Größenordnung einiger hundert MeV. Die Resonanzmassen für $J = 2$ und

Tab. 18 Ergebnisse der Partialwellenanalyse

Anpassung (1)

Spin	J = 1	J = 2	J = 3	J = 4	J = 5
m _J	2.27 ± 0.03	2.06 ± 0.02	2.10 ± 0.09	2.55 ± 0.05	2.59 ± 0.03
Γ _J	0.43 ± 0.05	0.20 ± 0.05	0.45 ± 0.03	0.79 ± 0.11	0.63 ± 0.08
a ⁻	-0.46 ± 0.07	-0.22 ± 0.03	1	0.30 ± 0.06	0.38 ± 0.04
a ⁺	0.38 ± 0.04	-0.03 ± 0.02	0.06 ± 0.02	-0.10 ± 0.03	0.11 ± 0.02
Re b ⁻	-0.11 ± 0.06	-0.18 ± 0.06	0.17 ± 0.03	0.03 ± 0.03	0.13 ± 0.03
Im b ⁻	-0.02 ± 0.05	-0.13 ± 0.03	-0.19 ± 0.05	-0.18 ± 0.07	-0.23 ± 0.05
Re b ⁺	0.04 ± 0.04	-0.02 ± 0.03	-0.06 ± 0.02	-0.04 ± 0.02	0.03 ± 0.02
Im b ⁺	-0.32 ± 0.05	-0.04 ± 0.03	-0.02 ± 0.04	0.11 ± 0.03	-0.03 ± 0.02

x² = 703 für
601 Freiheitsgrade

Anpassung (2)

Spin	J = 1	J = 2	J = 3	J = 4	J = 5
m _J	2.23 ± 0.01	2.04 ± 0.01	2.05 ± 0.01	2.46 ± 0.01	2.55 ± 0.03
Γ _J	0.32 ± 0.01	0.14 ± 0.02	0.30 ± 0.01	0.39 ± 0.04	0.48 ± 0.08
a ⁻	-0.84 ± 0.04	-0.22 ± 0.03	1	0.23 ± 0.02	0.14 ± 0.02
a ⁺	0.26 ± 0.03	-0.09 ± 0.02	0.05 ± 0.01	-0.07 ± 0.01	0.05 ± 0.01

x² = 1019 für
621 Freiheitsgrade

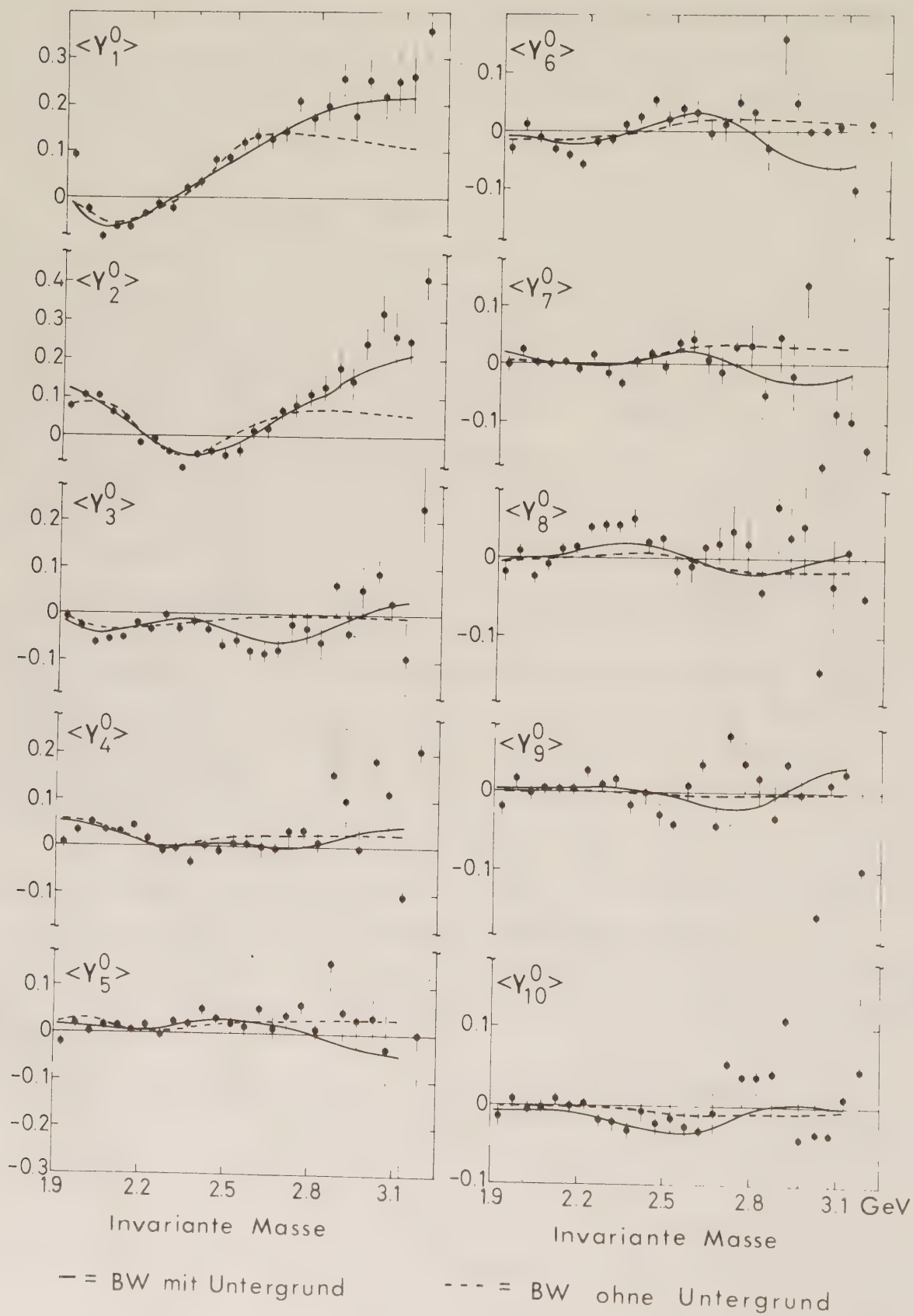


Fig. 43 $\langle Y_\ell^0 \rangle$ bei 18.8 GeV, $t \leq 1 \text{ GeV}^2$

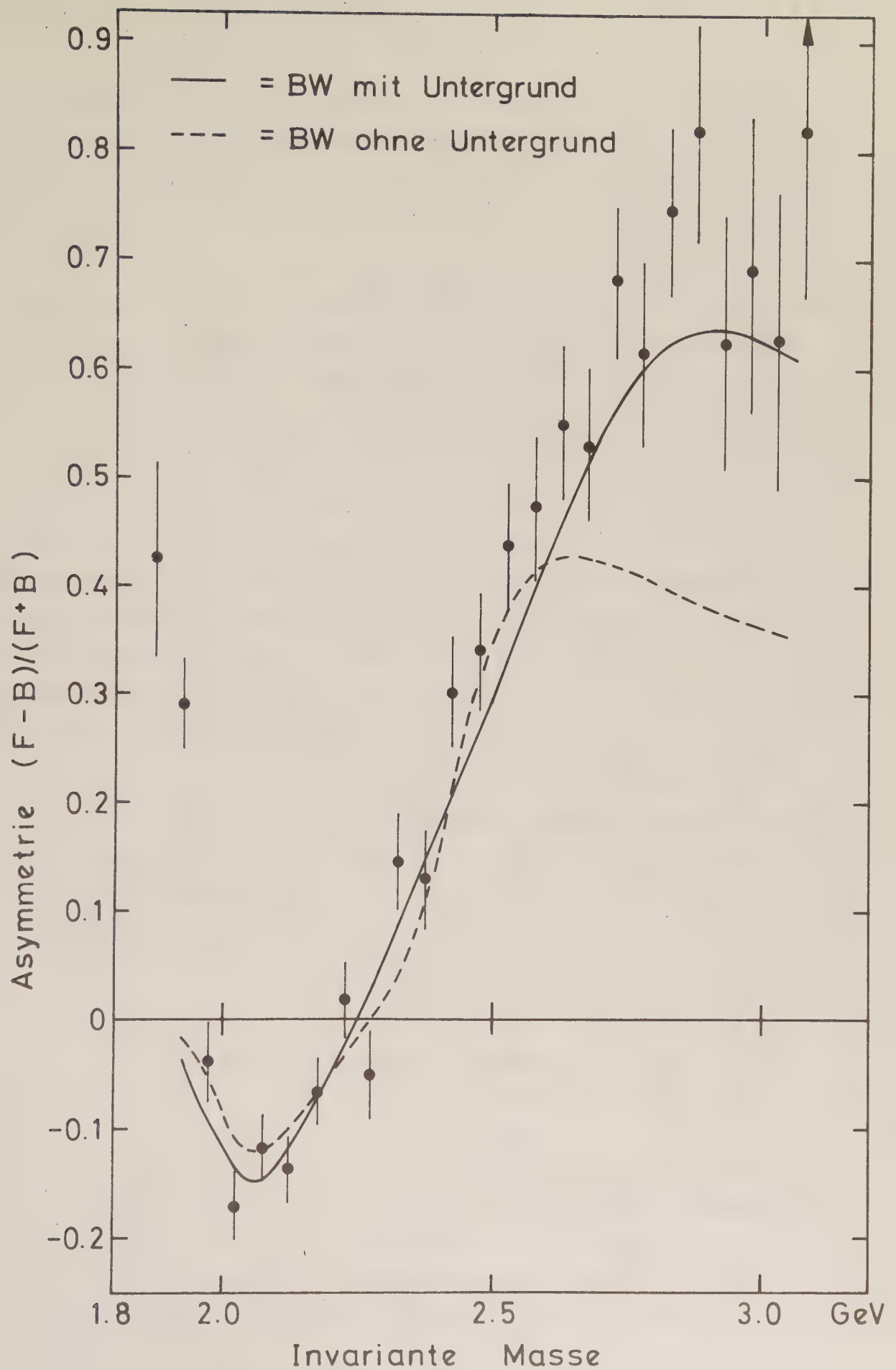


Fig. 44 Asymmetrie der Zerfallswinkelverteilung als Funktion der invarianten Masse

$J = 3$ sowie für $J = 4$ und $J = 5$ unterscheiden sich um weniger als 100 MeV. Möglicherweise ist dies ein Hinweis darauf, daß in $p\bar{p}$ nicht isolierte Resonanzen, sondern Resonanzserien gleicher Masse mit unterschiedlichen Spins auf verschiedenen Trajektorien beobachtet werden.

Die Ergebnisse dieser Anpassung lassen sich mit Modellen vergleichen, wie sie von verschiedenen Autoren zur Beschreibung der Winkelverteilung in $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Annihilationen vorgeschlagen wurden. Allen diesen Modellen gemeinsam ist eine Breit-Wigner-Parametrisierung des Resonanzverhaltens, während für den Untergrund verschiedene, zum Teil stark massenabhängige Parametrisierungen gewählt wurden. Fig.45 stellt neben einigen bekannten Mesonresonanzen die bisher in $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Annihilationen und die in diesem Experiment gefundenen $p\bar{p}$ -Resonanzen dar. Auffallend ist die Übereinstimmung in der Masse der in allen Modellen geforderten $J=3$ -Resonanz bei ca. 2.1 GeV. Keine der Resonanzen wurde auf der (linear in M^2 gedachten) ϱ -Trajektorie gefunden; die meisten Resonanzen liegen kanpp unterhalb der Grenzlinie, die den höchsten in $p\bar{p}$ für einen Wechselwirkungsradius von $R \approx 1$ fermi zu erwartenden Spin $J_{\max}(M_{p\bar{p}})$ angibt.

Abschließend ist zu dieser Analyse festzustellen, daß ein Studium des Nukleon-Antinukleonsystems zwar Auskunft über Mesonresonanzen unterhalb der ϱ -Trajektorie zu geben vermag, daß aber zum gegenwärtigen Zeitpunkt die unzureichende Statistik vor allem im Schwellenbereich und bei hoher Masse noch keine detaillierten Untersuchungen der Resonanzstruktur oder die sichere Angabe von Resonanzparametern erlaubt.

VII) Der differentielle Wirkungsquerschnitt im $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Kanal

Zum Schluß seien zwei Eigenschaften der differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt$ und $d\sigma/du$ im $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Kanal am oberen Vertex der Reaktion (1) betrachtet, die weiteren Aufschluß über die Reaktionsmechanismen in diesem Kanal geben können. Die Variablen t und u sind im folgenden definiert als:

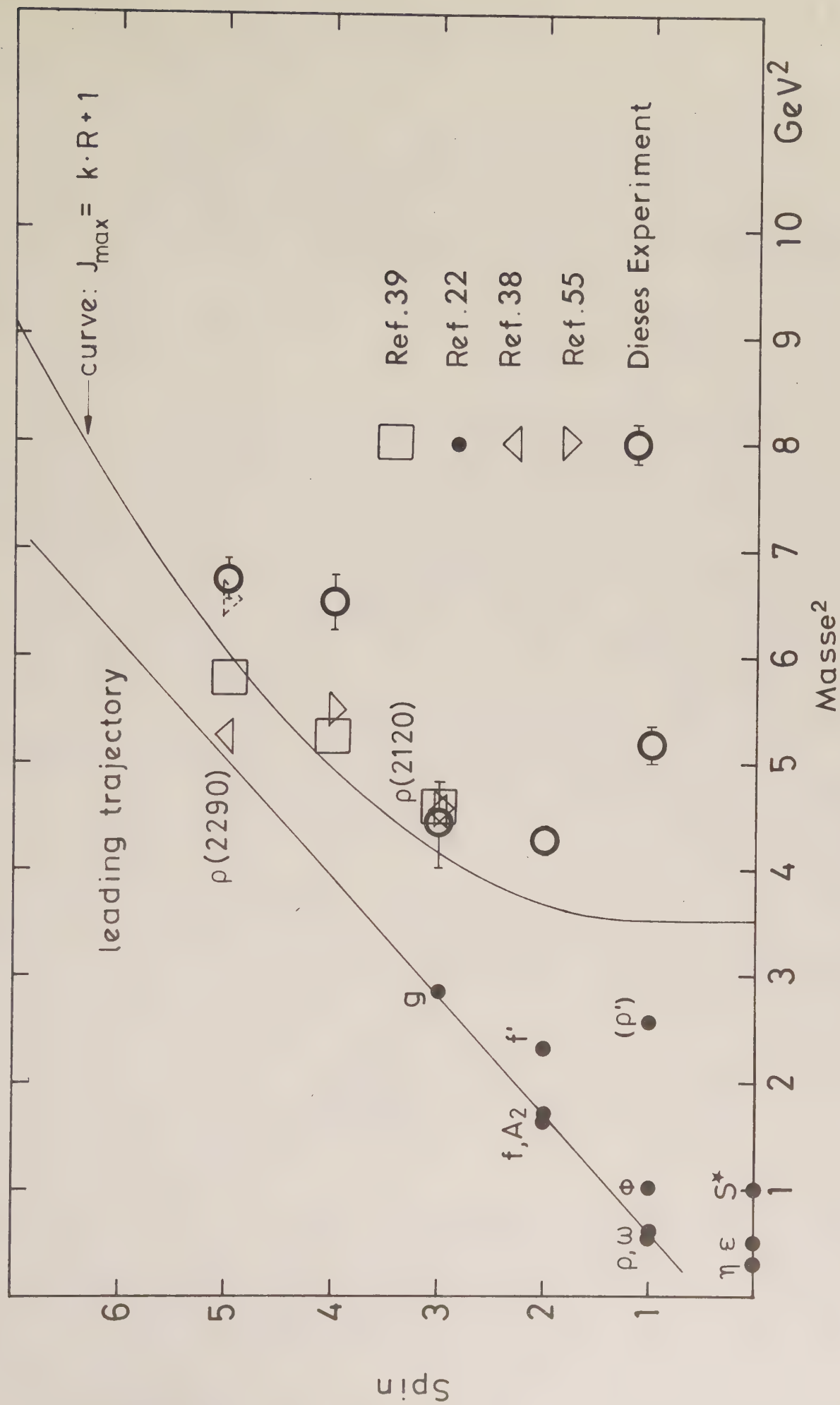


Fig. 45

$$\underline{t = -(q_{\pi^-} - q_{\bar{p}})^2} \quad \text{und} \quad \underline{u = -(q_{\pi^+} - q_{\bar{p}})^2}$$

und sind damit Funktionen des Streuwinkels θ und der Gesamtenergie $\sqrt{s} = M_{p\bar{p}}$ im $p\bar{p}$ -Schwerpunktsystem.

1) Energieabhängigkeit

Die Fig.46 zeigt $d\sigma/dt$ und $d\sigma/du$ bei $t = 0.4 \text{ GeV}^2$ und $u = 0.4 \text{ GeV}^2$ als Funktion von s . Die Wirkungsquerschnitte für dieses Experiment ($= \diamond$) wurden durch detailliertes Gleichgewicht aus den bei 18.8 GeV Laborimpuls durch eine Polextrapolation bestimmten $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ on-shell-Wirkungsquerschnitten (Tab. 14) und der $p\bar{p}$ -Zerfallswinkelverteilung $I(\cos\theta)$ im G.J.-System berechnet. Die Werte $t = 0.4 \text{ GeV}^2$ (π^- vorwärts) und $u = 0.4 \text{ GeV}^2$ (π^+ vorwärts) wurden für den Vergleich mit Daten aus $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Annihilationsexperimenten ($+$ = Ref.38, ∇ = Ref.56, $\blacktriangle$ = Ref.57, $\blacksquare$ = Ref.58) gewählt.

In beiden Wirkungsquerschnitten wird oberhalb der Schwelle ein sehr steiler Abfall mit s beobachtet, der bei $s \approx 5.5 \text{ GeV}^2$ abbricht und in einen deutlich flacheren Verlauf übergeht. Eine X^2 -Anpassung mit

$$\underline{d\sigma/dt \sim s^{-a_t}} \quad ; \quad \underline{d\sigma/du \sim s^{-a_u}}$$

ergibt für die Daten dieses Experiments:

s-Bereich	a_t	$P(X^2)$	a_u	$P(X^2)$
$s < 5.5 \text{ GeV}^2$	11.1 ± 1.0	65%	14.4 ± 0.9	14%
$s > 5.5 \text{ GeV}^2$	1.8 ± 0.7	71%	4.7 ± 1.6	94%

Tab.19

Der steile Abfall unterhalb $s \approx 5.5 \text{ GeV}^2$ läßt sich konsistent mit der Interpretation der $p\bar{p}$ -Winkelverteilung durch Resonanzproduktion erklären. Allerdings sei erwähnt, daß

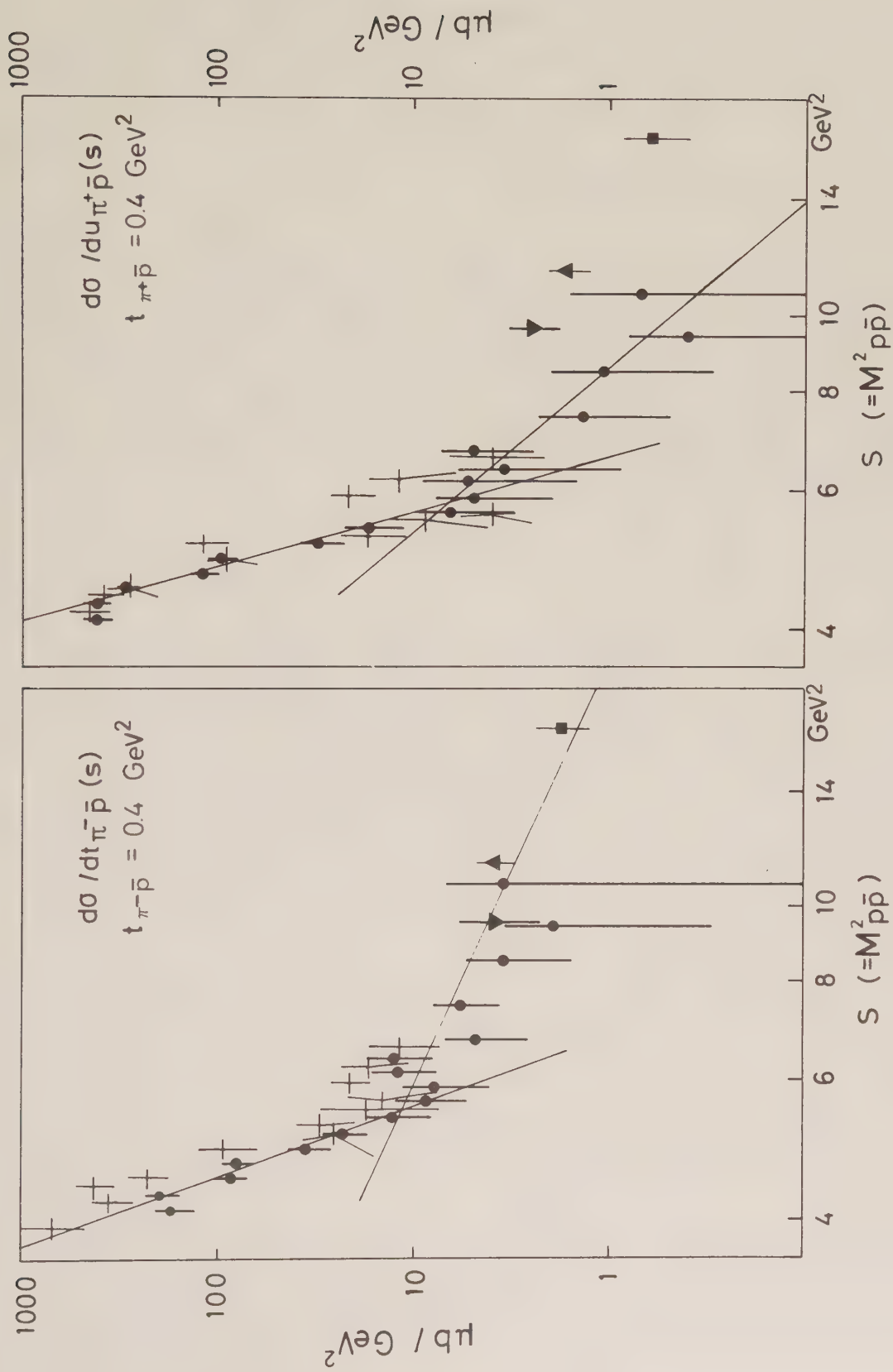


Fig. 46 $d\sigma/dt$ und $d\sigma/du$ im Kanal $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$

auch andere Modelle wie z.B. das "quark-re-arrangement model" von Gunion et al.⁵⁹⁾ eine ähnliche s-Abhängigkeit liefern können. Oberhalb $s \approx 5.5 \text{ GeV}^2$ vollzieht sich dann ein Wechsel in der Reaktionsdynamik mit einem für Regge (Baryon-) Austausch typischen⁶⁰⁾, langsameren Abfall in s.

2) Lage der Minima

Eine Eigenschaft des Veneziano-Modells⁶¹⁾ ist die Existenz einer Serie von Nullstellen der Streuamplitude bei konstantem u zur Vermeidung von Resonanz-Doppelpolen im unphysikalischen Bereich der Mandelstam-Ebene. In der Nähe eines solchen Doppelpols zweier Resonanzen m_a und m_b im s- bzw. t-Kanal hat die Amplitude die Form⁶²⁾

$$(m_a^2 - s) \cdot (m_b^2 + t) \cdot F(s, t) \cong b \cdot (m_a^2 - s) + a \cdot (m_b^2 + t)$$

mit einer Nullstelle entlang der Linie $b(m_a^2 - s) + a(m_b^2 + t) = 0$, wobei a und b die Residuen an der Stelle dieses Doppelpols bedeuten. Nach einem Vorschlag von R. Odorico⁶²⁾ setzen sich diese Nullstellen-Trajektorien in den physikalischen Bereich fort und äußern sich dort als Minima im differentiellen Wirkungsquerschnitt bei $u = \text{const.}$ oder $s - t = \text{const.}$ Auf diese Weise wird ein Zusammenhang zwischen Strukturen im differentiellen Wirkungsquerschnitt eines Kanals mit denjenigen in den gekreuzten Kanälen hergestellt.

Um die s-Abhängigkeit solcher Strukturen im Kanal $p\bar{p} \rightarrow \pi^+ \pi^-$ (s-Kanal) zu untersuchen und mit der elastischen πp -Streuung zu vergleichen, wurde aus den Momenten der Fig. 37 für $M_{p\bar{p}} \leq 2.7 \text{ GeV}$ und der Fig. 35 und 36 für $M_{p\bar{p}} > 2.7 \text{ GeV}$ der Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ berechnet und die Lage aller visuell aufgefundenen Minima (s. Anhang H) in Fig. 47 als Funktion von s aufgetragen.

An der Stelle des in der elastischen $\pi^+ p$ -Streuung⁶³⁾ beobachteten Minimums bei $t \approx 0.2 \text{ GeV}^2$ zeigt dieses Experiment

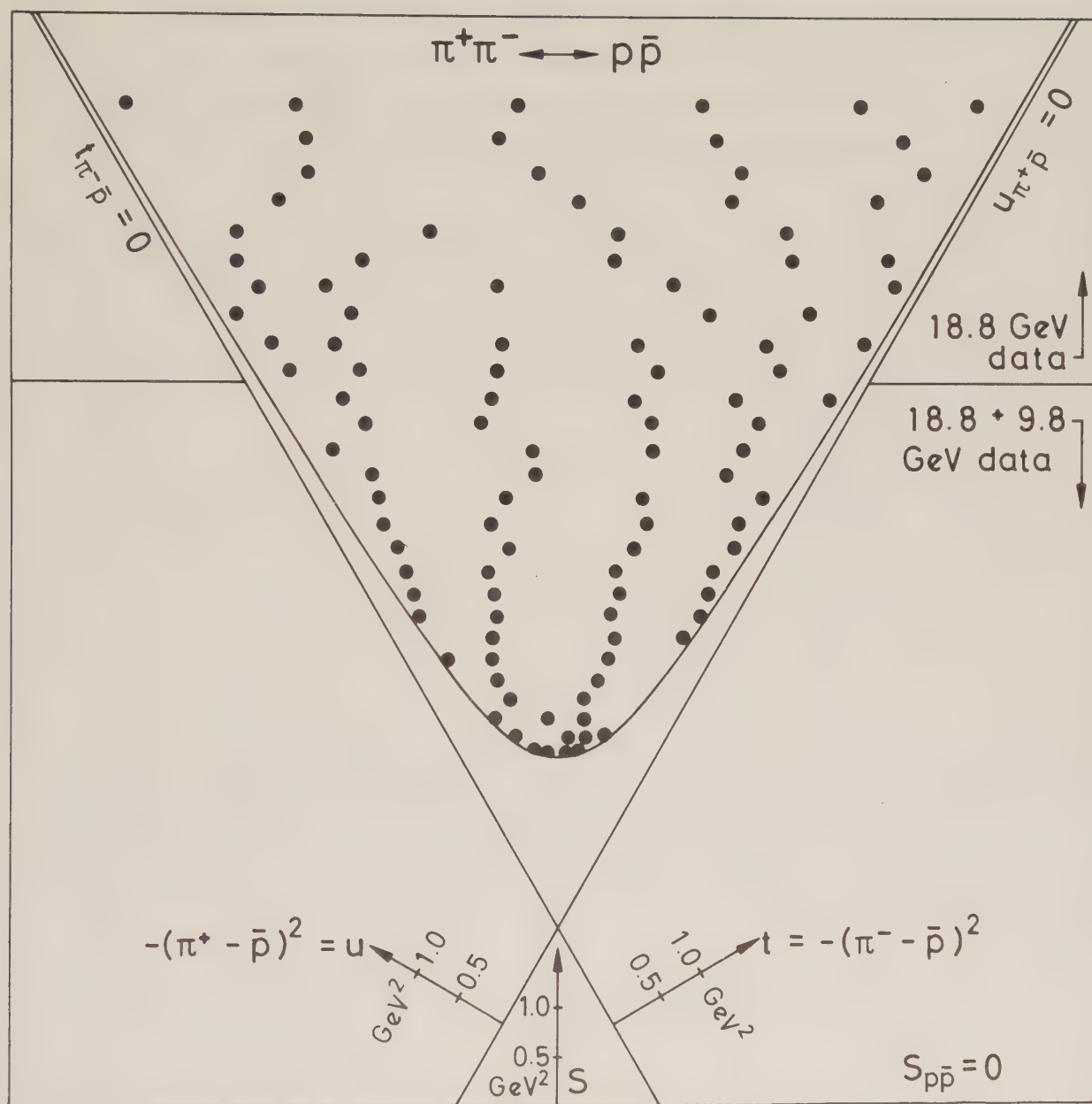


Fig.47 Lage der Minima in $d\sigma/dt$ als Funktion von $S = M^2 p\bar{p}$

kein entsprechendes Minimum. Das erste Minimum tritt bei $t \approx 0.5 \text{ GeV}^2$ auf und verläuft mit steigendem s in Richtung höherer t -Werte. In π^+ -Vorwärtsrichtung bei kleinem u wird ein erstes Minimum bei $u \approx 0.4 \text{ GeV}^2$ beobachtet, das zwar in etwa dem Minimum bei kleinen $t \approx 0.6 \text{ GeV}^2$ in der elastischen π^-p -Streuung⁶⁴⁾ entsprechen könnte, jedoch bei höheren s -Werten ebenfalls nicht das geforderte Verhalten $u = \text{const.}$ aufweist. Zwei bzw. oberhalb $s \approx 7 \text{ GeV}^2$ drei weitere Minima liegen näherungsweise bei konstantem $t-u$ und sind damit zumindest nicht in Widerspruch zur Vorhersage des Odorico-Modells.

Ein anderes, von V.Barger et al.⁶⁵⁾ vorgeschlagenes Modell fordert die Lage der Minima bei konstantem Abstand von der physikalischen Grenze $t' = t - t_{\text{min}} = \text{const.}$ Dieses Modell wird durch die s -Abhängigkeit der Lage der Minima in diesem Experiment nicht bestätigt.

Anhang A

=====

Differentieller Wirkungsquerschnitt und Polextrapolation

Für ein Ereignis der Reaktion $\pi^- p \rightarrow p \bar{p} n$ seien die folgenden fünf (nicht unabhängigen) Zahlen definiert:

$$(m^V, t^V, p^V, w^V, t_{\min}^V) \quad , \quad \text{wobei}$$

m^V = invariante $p\bar{p}$ -Masse M (s. St.19)

t^V = Quadrat des n-p-Viererimpulsübertrages (s. St.19)

p^V = Laborimpuls

w^V = Korrekturgewicht für individuelle Verluste (s. St.26)

$$t_{\min}^V = t_{\min}(m^V, p^V) \quad \text{mit}$$

$$t_{\min}(m, p) = -(m^2 + m_\pi^2 - 2(E_m^{\text{CM}} E_\pi^{\text{CM}} - p_m^{\text{CM}} p_\pi^{\text{CM}}))$$

und

$$E_m^{\text{CM}} = E^*(s, m, m_n) \quad ; \quad p_m^{\text{CM}} = \sqrt{(E_m^{\text{CM}})^2 - m^2}$$

$$E_\pi^{\text{CM}} = E^*(s, m_\pi, m_p) \quad ; \quad p_\pi^{\text{CM}} = \sqrt{(E_\pi^{\text{CM}})^2 - m_\pi^2}$$

$$E^*(s, m_1, m_2) = (s + m_1^2 - m_2^2) / (2\sqrt{s})$$

$$s = m_\pi^2 + m_p^2 + 2m_p \sqrt{p^2 + m_\pi^2}$$

In jedem m-Intervall $(m_i, m_i + \delta m_i = m_{i+1})$ werden dann zunächst für N_k äquidistante t-Werte $0 < t_k < t_{\max}$ ($t_{\max}$ = maximal im Experiment beobachtetes t) mit einer Schrittweite von $\delta t_k = t_{\max}/N_k \ll t_{\min}(1.88\text{GeV}, p_{\text{Lab}})$ folgende Größen berechnet:

$$D_{ki} = \sum_{v=1}^{N_i} a^v \cdot g^v \quad \text{mit}$$

N_i = Zahl der im Intervall $m_i \leq m^V \leq m_{i+1}$ beobachteten Ereignisse (ungewichtet)

$a^v = F_2(m^V, p^V)$ laut Definition auf St.42

$$g^v = \begin{cases} 0 & \text{für } t_k < t_{\min}^V \\ F_1(t_k) & \text{für } t_{\min}^V \leq t_k \leq t_{\max} \end{cases} \quad (\text{Def. St.43})$$

In jedem t-Intervall $(t_j, t_j + \delta t_j = t_{j+1})$ außerdem:

$$T_{ji} = \sum_{v=1}^{N_{ji}} w^v \cdot t^v \quad \text{mit}$$

N_{ji} = Zahl der im Intervall $\left\{ \begin{array}{l} m_i \leq m^v < m_{i+1} \\ t_j \leq t^v < t_{j+1} \end{array} \right\}$ beobachteten Ereignisse

Hieraus schließlich mit $W_i = \sum_{v=1}^{N_i} w^v$:

$$TH_{ki} = W_i \cdot D_{ki} / \sum_{k=1}^{N_k} D_{ki} \quad \text{und}$$

$$S_{ji} = (\sigma_1 \cdot T_{ji} \cdot N_i) / (m_\pi^2 \cdot \delta m_i \cdot \sum_{k=1}^{N_k} (\delta t_k \cdot d_{ki}^j))$$

$$d_{ki}^j = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & \text{für} & t_k < t_j \\ D_{ki} & " & t_j \leq t_k \leq t_{j+1} \\ 0 & \text{für} & t_k > t_{j+1} \end{array} \right\}$$

σ_1 = Wirkungsquerschnitt für ein gewichtetes Ereignis (s. St.34)

Im Grenzübergang δm_i , δt_j und $\delta t_k \rightarrow 0$ wird hieraus mit $t = t_{j,k}$ und $m = m_i$:

a) $TH_{ki} \rightarrow 1/\sigma_1 \cdot d\sigma/dt(t,m)$
 = im Massenintervall (m_i, m_{i+1}) normierte OPE-Vorhersage der gewichteten t-Verteilung (s. St.42 und Fig.26+27)

b) $S_{ji} \rightarrow \frac{t \cdot (d^2\sigma/dm dt \text{ gemessen})}{m_\pi^2 (d^2\sigma/dm dt \text{ OPE-Mod.})} \cdot \frac{1}{\int dm dt}$
 = $t \cdot \sigma_{\pi\pi}(m, t \text{ off-shell}) / m_\pi^2$

=====

Anhang A Gewichtete t-Verteilung und OPE-Vorhersage =====

Massenbereich: $1.85 \leq M_{pp} \leq 2.00 \text{ GeV}$

$P_{\text{Lab}} = 18.8 \text{ GeV}$			$P_{\text{Lab}} = 9.8 \text{ GeV}$		
$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/20 \text{ MeV}^2$	OPE	$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/10 \text{ MeV}^2$	OPE
0.016	179.1 $\pm$ 17.8	199.8	0.005	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.030	304.1 $\pm$ 23.7	434.0	0.015	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.050	289.0 $\pm$ 23.8	325.4	0.025	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.070	229.9 $\pm$ 20.4	245.3	0.035	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.090	183.3 $\pm$ 18.1	190.0	0.048	64.2 $\pm$ 9.7	132.1
0.110	152.4 $\pm$ 16.4	151.0	0.056	503.5 $\pm$ 27.1	646.7
0.131	105.3 $\pm$ 13.5	122.7	0.065	546.6 $\pm$ 29.5	668.2
0.150	91.1 $\pm$ 12.8	101.6	0.075	504.7 $\pm$ 28.8	584.1
0.169	81.7 $\pm$ 11.8	85.4	0.085	488.2 $\pm$ 28.8	514.2
0.187	70.6 $\pm$ 10.9	72.7	0.095	443.0 $\pm$ 27.8	455.8
0.210	78.2 $\pm$ 11.9	62.6	0.105	386.7 $\pm$ 25.8	406.5
0.230	54.9 $\pm$ 9.9	54.5	0.115	367.3 $\pm$ 25.5	364.6
0.249	57.6 $\pm$ 10.0	47.8	0.125	332.3 $\pm$ 24.3	328.7
0.269	57.2 $\pm$ 9.8	42.2	0.135	282.3 $\pm$ 22.1	297.8
0.290	73.4 $\pm$ 11.3	37.6	0.145	279.1 $\pm$ 22.6	271.0
0.309	47.6 $\pm$ 9.2	33.6	0.155	240.9 $\pm$ 21.0	247.6
0.328	36.2 $\pm$ 8.1	30.3	0.165	219.4 $\pm$ 20.0	227.0
0.349	41.3 $\pm$ 8.6	27.4	0.175	239.5 $\pm$ 21.3	208.9
0.370	32.9 $\pm$ 7.7	24.9	0.185	248.6 $\pm$ 21.7	192.8
0.392	41.6 $\pm$ 8.5	22.7	0.195	214.6 $\pm$ 19.9	178.5
0.407	36.4 $\pm$ 8.1	20.7	0.205	178.0 $\pm$ 18.2	165.7
0.429	30.6 $\pm$ 7.7	19.0	0.215	212.3 $\pm$ 20.5	154.1
0.451	28.3 $\pm$ 7.1	17.5	0.225	172.1 $\pm$ 17.9	143.8
0.470	29.4 $\pm$ 7.1	16.2	0.235	146.0 $\pm$ 16.5	134.4
0.489	25.0 $\pm$ 6.7	15.0	0.245	189.3 $\pm$ 19.2	125.9
0.513	23.1 $\pm$ 6.4	13.9	0.255	163.3 $\pm$ 17.7	118.1
0.535	15.9 $\pm$ 5.3	13.0	0.265	157.2 $\pm$ 17.7	111.1
0.550	15.2 $\pm$ 5.4	12.1	0.275	136.2 $\pm$ 17.0	104.6
0.569	22.8 $\pm$ 6.3	11.3	0.285	126.6 $\pm$ 16.1	98.7
0.591	8.3 $\pm$ 3.7	10.6	0.294	132.2 $\pm$ 16.3	93.2
0.608	13.9 $\pm$ 4.9	9.9	Siehe Fig.26 + 27 =====		
0.631	8.4 $\pm$ 3.7	9.3			
0.649	8.6 $\pm$ 3.8	8.8			
0.670	16.1 $\pm$ 5.7	8.3			
0.692	8.6 $\pm$ 3.8	7.8			
0.703	3.9 $\pm$ 2.7	7.4			
0.722	5.8 $\pm$ 3.3	7.0			
0.750	7.2 $\pm$ 3.6	6.6			
0.769	9.5 $\pm$ 4.3	6.3			
0.791	3.5 $\pm$ 2.5	6.0			
0.803	5.4 $\pm$ 3.1	5.7			
0.829	10.3 $\pm$ 4.2	5.4			
0.853	5.6 $\pm$ 3.2	5.2			
0.871	7.0 $\pm$ 3.5	4.9			
0.895	3.1 $\pm$ 2.2	4.7			
0.915	6.9 $\pm$ 3.4	4.5			
0.926	7.4 $\pm$ 4.3	4.3			
0.947	2.4 $\pm$ 2.4	4.1			
0.970	0.0 $\pm$ 0.0	3.9			
0.991	8.6 $\pm$ 4.3	3.8			

Massenbereich: $2.00 \leq M_{p\bar{p}} \leq 2.15 \text{ GeV}$

$P_{\text{Lab}} = 18.8 \text{ GeV}$			$P_{\text{Lab}} = 9.8 \text{ GeV}$		
$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/20 \text{ MeV}^2$	OPE	$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/10 \text{ MeV}^2$	OPE
0.018	260.9 + 20.4	269.9	0.005	0.0 + 0.0	0.0
0.029	997.0 + 41.2	1084.6	0.015	0.0 + 0.0	0.0
0.050	776.6 + 37.4	813.2	0.025	0.0 + 0.0	0.0
0.070	638.4 + 33.9	613.0	0.035	0.0 + 0.0	0.0
0.090	462.0 + 28.8	474.8	0.045	0.0 + 0.0	0.0
0.110	354.4 + 25.4	377.4	0.058	59.1 + 9.6	102.9
0.130	282.3 + 22.5	306.7	0.066	670.2 + 34.8	873.2
0.150	237.5 + 20.9	253.9	0.075	1299.5 + 53.0	1406.2
0.169	221.7 + 20.2	213.4	0.085	1363.7 + 56.9	1400.0
0.190	183.6 + 18.3	181.7	0.095	1213.6 + 54.9	1241.0
0.209	169.1 + 17.6	156.5	0.105	1077.2 + 52.3	1106.8
0.230	136.8 + 15.7	136.2	0.115	997.2 + 50.2	992.8
0.250	138.3 + 16.1	119.4	0.125	909.0 + 48.7	895.1
0.272	130.9 + 15.5	105.6	0.135	840.7 + 46.9	811.0
0.289	96.2 + 13.5	93.9	0.145	792.3 + 46.4	738.0
0.309	87.5 + 12.9	84.1	0.155	658.4 + 42.3	674.2
0.329	81.7 + 12.5	75.6	0.165	585.1 + 40.0	618.2
0.349	87.2 + 13.0	68.4	0.175	598.6 + 41.4	568.8
0.370	68.2 + 11.2	62.1	0.185	539.1 + 40.1	525.0
0.390	60.8 + 10.9	56.6	0.195	480.0 + 36.4	486.0
0.410	83.6 + 12.9	51.8	0.205	506.7 + 38.6	451.1
0.431	57.3 + 11.0	47.6	0.215	450.9 + 36.7	419.7
0.449	46.2 + 9.4	43.8	0.225	461.5 + 38.6	391.5
0.471	76.1 + 12.5	40.5	0.235	391.2 + 35.7	365.9
0.489	40.6 + 9.1	37.5	0.245	416.0 + 36.2	342.7
0.510	42.1 + 9.2	34.8	0.255	366.8 + 35.5	321.6
0.529	34.7 + 8.4	32.4	0.265	257.5 + 27.4	302.4
0.550	27.5 + 7.3	30.2	0.274	342.4 + 32.8	284.8
0.572	26.2 + 7.3	28.3	0.285	268.2 + 29.8	268.6
0.591	35.7 + 8.9	26.5	0.296	296.7 + 31.3	253.8
0.611	15.0 + 5.3	24.8			
0.629	33.3 + 8.1	23.3			
0.651	18.8 + 6.0	22.0			
0.673	21.3 + 6.7	20.7			
0.690	22.2 + 7.0	19.6			
0.710	17.1 + 6.1	18.5			
0.732	16.9 + 6.0	17.5			
0.745	4.5 + 3.2	16.6			
0.772	29.1 + 8.8	15.8			
0.787	6.3 + 3.1	15.0			
0.806	19.6 + 6.5	14.2			
0.833	6.0 + 3.5	13.6			
0.853	15.1 + 6.7	12.9			
0.866	24.1 + 7.6	12.3			
0.884	3.4 + 2.4	11.8			
0.914	12.7 + 5.2	11.2			
0.925	7.0 + 4.0	10.7			
0.950	10.2 + 5.1	10.3			
0.976	1.9 + 1.9	9.9			
0.998	4.8 + 3.4	9.4			

Massenbereich: $2.15 \leq M_{pp} \leq 2.30 \text{ GeV}$

$P_{\text{Lab}} = 18.8 \text{ GeV}$			$P_{\text{Lab}} = 9.8 \text{ GeV}$		
$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/20 \text{ MeV}^2$	OPE	$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/10 \text{ MeV}^2$	OPE
0.019	26.7 $\pm$ 6.5	25.6	0.005	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.030	822.8 $\pm$ 38.2	931.6	0.015	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.050	784.5 $\pm$ 38.9	744.0	0.025	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.070	527.1 $\pm$ 32.1	560.8	0.035	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.090	470.7 $\pm$ 30.4	434.4	0.045	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.110	338.8 $\pm$ 26.4	345.3	0.055	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.131	286.6 $\pm$ 23.7	280.6	0.065	0.0 $\pm$ 0.0	0.0
0.150	234.0 $\pm$ 21.8	232.3	0.079	18.1 $\pm$ 6.9	12.7
0.170	241.3 $\pm$ 22.5	195.2	0.086	303.9 $\pm$ 29.9	382.7
0.189	147.1 $\pm$ 17.7	166.3	0.096	748.7 $\pm$ 48.9	738.4
0.210	173.6 $\pm$ 18.9	143.2	0.105	822.4 $\pm$ 53.8	895.8
0.229	154.3 $\pm$ 17.8	124.6	0.115	842.2 $\pm$ 56.1	871.7
0.251	118.5 $\pm$ 16.0	109.3	0.125	832.0 $\pm$ 57.6	786.3
0.270	98.5 $\pm$ 14.4	96.6	0.135	677.6 $\pm$ 50.1	712.4
0.290	98.9 $\pm$ 15.1	85.9	0.145	677.8 $\pm$ 52.0	648.2
0.312	88.1 $\pm$ 13.8	76.9	0.155	558.0 $\pm$ 47.5	592.2
0.331	60.7 $\pm$ 11.7	69.2	0.165	530.5 $\pm$ 46.0	543.1
0.349	48.1 $\pm$ 10.3	62.6	0.175	503.0 $\pm$ 46.5	499.7
0.369	43.2 $\pm$ 9.9	56.8	0.185	460.7 $\pm$ 43.9	461.2
0.391	57.3 $\pm$ 11.7	51.8	0.195	469.2 $\pm$ 45.6	426.9
0.410	34.7 $\pm$ 8.7	47.4	0.205	428.5 $\pm$ 43.7	396.2
0.429	64.1 $\pm$ 12.8	43.5	0.215	455.5 $\pm$ 45.8	368.7
0.450	41.2 $\pm$ 10.0	40.1	0.225	397.8 $\pm$ 42.2	343.9
0.470	37.9 $\pm$ 9.5	37.1	0.235	275.5 $\pm$ 35.6	321.4
0.487	29.1 $\pm$ 8.4	34.3	0.246	305.4 $\pm$ 39.1	301.1
0.511	38.1 $\pm$ 9.2	31.9	0.255	299.3 $\pm$ 37.1	282.5
0.531	25.3 $\pm$ 7.6	29.7	0.265	322.4 $\pm$ 40.9	265.6
0.549	28.8 $\pm$ 8.3	27.7	0.275	228.5 $\pm$ 33.7	250.2
0.571	46.4 $\pm$ 11.3	25.9	0.285	256.2 $\pm$ 35.2	236.0
0.593	17.7 $\pm$ 6.7	24.2	0.295	146.3 $\pm$ 26.7	222.9
0.611	20.9 $\pm$ 7.0	22.7			
0.629	14.0 $\pm$ 6.2	21.4			
0.652	22.1 $\pm$ 7.8	20.1			
0.667	14.2 $\pm$ 5.8	19.0			
0.690	10.8 $\pm$ 5.4	17.9			
0.709	16.1 $\pm$ 6.6	16.9			
0.728	4.5 $\pm$ 3.2	16.0			
0.749	15.5 $\pm$ 6.9	15.2			
0.773	21.2 $\pm$ 8.0	14.4			
0.788	19.5 $\pm$ 7.9	13.7			
0.815	14.5 $\pm$ 6.5	13.0			
0.837	10.8 $\pm$ 6.2	12.4			
0.847	5.1 $\pm$ 3.6	11.8			
0.873	7.0 $\pm$ 4.9	11.3			
0.890	5.2 $\pm$ 3.7	10.8			
0.914	5.3 $\pm$ 3.7	10.3			
0.929	9.4 $\pm$ 5.4	9.8			
0.953	7.4 $\pm$ 5.3	9.4			
0.973	4.8 $\pm$ 3.4	9.0			
0.993	5.8 $\pm$ 4.1	8.6			

Massenbereich: $2.30 \leq M_{p\bar{p}} \leq 2.45 \text{ GeV}$

$P_{\text{Lab}} = 18.8 \text{ GeV}$				$P_{\text{Lab}} = 9.8 \text{ GeV}$			
$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/20 \text{ MeV}^2$		OPE	$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/10 \text{ MeV}^2$		OPE
0.010	0.0	± 0.0	0.0	0.005	0.0	± 0.0	0.0
0.033	415.4	± 31.3	452.3	0.015	0.0	± 0.0	0.0
0.049	603.5	± 40.4	560.8	0.025	0.0	± 0.0	0.0
0.070	452.6	± 35.0	422.7	0.035	0.0	± 0.0	0.0
0.089	359.8	± 31.1	327.4	0.045	0.0	± 0.0	0.0
0.109	220.9	± 24.1	260.3	0.055	0.0	± 0.0	0.0
0.130	196.3	± 23.0	211.5	0.065	0.0	± 0.0	0.0
0.150	195.3	± 22.9	175.1	0.075	0.0	± 0.0	0.0
0.168	179.7	± 22.1	147.2	0.085	0.0	± 0.0	0.0
0.188	137.7	± 19.3	125.3	0.095	0.0	± 0.0	0.0
0.209	100.8	± 16.1	108.0	0.110	7.2	± 7.2	6.5
0.231	93.2	± 17.3	93.9	0.116	110.2	± 21.2	175.3
0.248	44.8	± 10.6	82.4	0.126	249.7	± 34.3	346.7
0.271	89.3	± 16.0	72.8	0.135	487.5	± 50.3	455.6
0.288	49.8	± 11.4	64.8	0.145	426.9	± 48.3	503.3
0.309	69.4	± 13.9	58.0	0.155	524.2	± 55.6	495.2
0.331	47.3	± 12.7	52.2	0.165	392.9	± 49.5	455.3
0.348	54.6	± 12.5	47.2	0.174	500.1	± 56.6	419.0
0.371	57.4	± 12.8	42.8	0.186	313.5	± 43.5	386.7
0.392	38.5	± 10.7	39.1	0.195	388.2	± 47.8	357.9
0.407	23.1	± 7.7	35.7	0.206	422.8	± 52.9	332.2
0.429	33.1	± 10.0	32.8	0.215	363.4	± 51.4	309.1
0.447	33.8	± 9.7	30.2	0.224	363.0	± 49.9	288.3
0.470	30.1	± 9.1	27.9	0.235	322.8	± 48.1	269.5
0.490	24.7	± 8.7	25.9	0.245	246.5	± 40.0	252.4
0.509	17.3	± 7.7	24.0	0.255	222.1	± 40.6	236.9
0.530	27.2	± 9.6	22.4	0.265	205.4	± 39.5	222.7
0.551	12.7	± 6.3	20.9	0.275	183.4	± 34.1	209.8
0.571	17.0	± 6.4	19.5	0.285	222.7	± 42.1	197.9
0.589	18.0	± 8.0	18.3	0.294	154.7	± 33.8	186.9
0.607	23.8	± 9.0	17.1				
0.630	32.4	± 9.8	16.1				
0.650	0.0	± 0.0	15.1				
0.666	6.1	± 4.3	14.3				
0.693	11.9	± 5.9	13.5				
0.711	13.3	± 6.6	12.8				
0.734	10.7	± 6.2	12.1				
0.749	11.2	± 6.5	11.4				
0.773	17.4	± 8.7	10.9				
0.782	5.1	± 3.6	10.3				
0.810	0.0	± 0.0	9.8				
0.829	3.6	± 3.6	9.3				
0.850	0.0	± 0.0	8.9				
0.870	0.0	± 0.0	8.5				
0.890	0.0	± 0.0	8.1				
0.905	12.2	± 8.6	7.8				
0.932	5.8	± 5.8	7.4				
0.950	0.0	± 0.0	7.1				
0.972	8.1	± 5.7	6.8				
0.993	9.9	± 7.0	6.5				

Massenbereich: $2.45 \leq M_{p\bar{p}} \leq 2.65 \text{ GeV}$

$P_{\text{Lab}} = 18.8 \text{ GeV}$				$P_{\text{Lab}} = 9.8 \text{ GeV}$			
$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/20 \text{ MeV}^2$	OPE		$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/10 \text{ MeV}^2$	OPE	
0.010	0.0 $\pm$ 0.0	0.0		0.005	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.037	96.5 $\pm$ 16.8	103.9		0.015	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.050	514.4 $\pm$ 40.2	447.7		0.025	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.070	330.6 $\pm$ 32.9	348.7		0.035	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.089	232.6 $\pm$ 27.0	270.1		0.045	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.110	262.9 $\pm$ 30.0	214.7		0.055	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.130	154.6 $\pm$ 22.3	174.5		0.065	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.148	161.1 $\pm$ 23.3	144.4		0.075	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.170	135.9 $\pm$ 21.5	121.4		0.085	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.189	103.2 $\pm$ 18.5	103.4		0.095	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.209	71.3 $\pm$ 15.2	89.0		0.105	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.229	102.4 $\pm$ 18.4	77.5		0.115	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.249	71.3 $\pm$ 15.6	67.9		0.125	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.268	36.7 $\pm$ 10.2	60.0		0.135	0.0 $\pm$ 0.0	0.0	
0.291	72.8 $\pm$ 16.7	53.4		0.145	0.0 $\pm$ 0.0	2.3	
0.314	35.1 $\pm$ 11.1	47.8		0.157	30.1 $\pm$ 11.4	55.0	
0.332	30.1 $\pm$ 9.5	43.0		0.166	98.4 $\pm$ 27.3	122.5	
0.347	38.8 $\pm$ 12.3	38.9		0.176	117.0 $\pm$ 27.6	171.0	
0.370	56.7 $\pm$ 15.7	35.3		0.184	120.0 $\pm$ 28.3	193.0	
0.390	17.0 $\pm$ 7.6	32.2		0.196	185.1 $\pm$ 37.8	204.5	
0.411	25.0 $\pm$ 9.5	29.5		0.206	162.6 $\pm$ 35.5	204.8	
0.431	34.3 $\pm$ 11.4	27.1		0.215	254.8 $\pm$ 53.1	202.3	
0.450	18.9 $\pm$ 7.7	24.9		0.225	201.2 $\pm$ 41.1	201.0	
0.471	17.7 $\pm$ 7.9	23.0		0.234	199.6 $\pm$ 41.6	193.4	
0.488	15.9 $\pm$ 7.9	21.3		0.245	174.1 $\pm$ 42.2	181.2	
0.516	21.8 $\pm$ 9.8	19.8		0.255	230.3 $\pm$ 51.5	170.1	
0.530	16.0 $\pm$ 8.0	18.4		0.264	254.9 $\pm$ 68.1	159.9	
0.548	30.2 $\pm$ 11.4	17.2		0.275	138.0 $\pm$ 35.6	150.6	
0.570	26.8 $\pm$ 10.9	16.1		0.286	139.1 $\pm$ 38.6	142.0	
0.593	21.9 $\pm$ 8.9	15.1		0.294	182.5 $\pm$ 47.1	134.2	
0.617	4.9 $\pm$ 4.9	14.1					
0.622	4.3 $\pm$ 4.3	13.3					
0.644	12.0 $\pm$ 6.9	12.5					
0.666	9.3 $\pm$ 6.6	11.8					
0.683	13.6 $\pm$ 7.8	11.1					
0.717	14.0 $\pm$ 8.1	10.5					
0.737	8.3 $\pm$ 5.9	10.0					
0.750	0.0 $\pm$ 0.0	9.4					
0.775	9.5 $\pm$ 6.7	9.0					
0.782	1.9 $\pm$ 1.9	8.5					
0.810	0.0 $\pm$ 0.0	8.1					
0.832	5.3 $\pm$ 5.3	7.7					
0.851	10.5 $\pm$ 7.4	7.3					
0.870	0.0 $\pm$ 0.0	7.0					
0.891	10.4 $\pm$ 6.0	6.7					
0.918	1.8 $\pm$ 1.8	6.4					
0.935	4.2 $\pm$ 4.2	6.1					
0.950	0.0 $\pm$ 0.0	5.9					
0.970	0.0 $\pm$ 0.0	5.6					
0.990	0.0 $\pm$ 0.0	5.4					

Massenbereich: $2.65 \leq M_{p\bar{p}} \leq 3.10 \text{ GeV}$

$P_{\text{Lab}} = 18.8 \text{ GeV}$				
$t \text{ GeV}^2$	$N(t)/20 \text{ MeV}^2$		OPE	
0.010	0.0	+ 0.0	0.0	Differentieller Wirkungs- querschnitt: $\frac{d\sigma}{dt} = G_1 \cdot \frac{dN(t)}{dt}$ =====
0.030	0.0	+ 0.0	0.0	
0.054	119.6	+ 21.5	132.2	
0.071	301.8	+ 36.1	322.5	
0.091	312.0	+ 40.6	324.5	
0.110	306.1	+ 40.2	267.2	
0.131	212.1	+ 32.3	217.1	
0.148	182.9	+ 28.9	179.7	
0.169	87.3	+ 19.5	151.1	
0.191	146.2	+ 28.1	128.7	
0.208	183.4	+ 30.6	110.8	
0.229	90.2	+ 22.5	96.4	
0.252	44.8	+ 14.9	84.5	
0.271	59.9	+ 18.1	74.7	
0.291	45.2	+ 14.3	66.5	
0.308	72.2	+ 19.3	59.5	
0.328	78.7	+ 22.7	53.5	
0.352	90.7	+ 25.2	48.4	
0.371	83.6	+ 24.1	44.0	
0.392	34.6	+ 11.5	40.1	
0.408	33.3	+ 13.6	36.7	Zahl beobachteter Ereig- nisse: $N^{\text{obs}}(t) = (N(t)/\delta N(t))^2$ =====
0.431	36.6	+ 12.9	33.7	
0.450	30.7	+ 12.5	31.0	
0.472	4.0	+ 4.0	28.7	
0.487	58.6	+ 18.5	26.6	
0.506	13.0	+ 7.5	24.7	
0.533	34.2	+ 12.1	23.0	
0.545	30.9	+ 13.8	21.4	
0.567	14.8	+ 8.6	20.0	
0.589	8.0	+ 5.7	18.7	
0.605	32.4	+ 13.2	17.6	
0.627	26.4	+ 15.3	16.5	
0.649	17.5	+ 10.1	15.6	
0.663	3.8	+ 3.8	14.7	
0.683	17.5	+ 10.1	13.9	
0.704	20.2	+ 14.3	13.1	
0.721	5.8	+ 5.8	12.4	
0.748	14.3	+ 14.3	11.8	
0.770	0.0	+ 0.0	11.2	
0.796	6.7	+ 6.7	10.6	
0.810	0.0	+ 0.0	10.1	
0.839	2.7	+ 2.7	9.6	
0.850	3.6	+ 3.6	9.1	
0.867	5.3	+ 5.3	8.7	
0.891	8.9	+ 6.3	8.3	
0.910	0.0	+ 0.0	8.0	
0.930	0.0	+ 0.0	7.6	
0.950	0.0	+ 0.0	7.3	
0.970	0.0	+ 0.0	7.0	
0.997	4.7	+ 4.7	6.7	

A n h a n g B

=====

$\pi^+\pi^-\rightarrow p\bar{p}$ on-shell-Wirkungsquerschnitt
aus detailliertem Gleichgewicht

Referenz	P_{Lab} GeV	$\sqrt{s}$ GeV	$\sigma(p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-)$ μb	$\sigma(\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p})$ μb
35) T.C.Bacon et al.	1.23	2.16	235 ± 23	234 ± 23
	1.30	2.18	211 ± 24	224 ± 26
	1.36	2.20	171 ± 21	192 ± 24
	1.43	2.23	153 ± 19	181 ± 23
37) M.A.Mandel- kern et al.	0.69	1.99	325 ± 80	141 ± 35
	0.77	2.01	427 ± 68	224 ± 36
	0.86	2.04	394 ± 59	243 ± 36
	0.94	2.06	381 ± 57	268 ± 40
	1.04	2.09	326 ± 52	261 ± 42
	1.10	2.11	261 ± 64	226 ± 55
40) R.Bizzarri et al.	0.38	1.91	677 ± 147	105 ± 23
	0.44	1.92	700 ± 131	142 ± 27
	0.50	1.94	397 ± 82	101 ± 21
	0.58	1.96	338 ± 78	111 ± 26
41) G.R.Lynch et al.	1.61	2.29	119 ± 30	160 ± 40
38) H.Nicholson et al.	0.70	1.99	358 ± 23	161 ± 10
	0.87	2.04	353 ± 13	221 ± 8
	0.99	2.08	342 ± 7	258 ± 5
	1.12	2.12	244 ± 6	216 ± 5
	1.34	2.20	164 ± 5	180 ± 5
	1.45	2.24	145 ± 4	174 ± 5
	1.59	2.29	99 ± 3	130 ± 4
	1.71	2.33	83 ± 3	118 ± 5
	1.82	2.37	67 ± 2	100 ± 3
	2.00	2.43	60 ± 3	98 ± 4
	2.16	2.49	43 ± 2	75 ± 3
	2.40	2.57	28 ± 3	53 ± 5

$\pi^+\pi^-\rightarrow p\bar{p}$ on-shell-Wirkungsquerschnitt
aus detailliertem Gleichgewicht

Referenz	P_{Lab} GeV	$\sqrt{s}$ GeV	$\sigma(p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-)$ μb	$\sigma(\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p})$ μb
36) D.Cline	0.34	1.91	1000 ± 208	126 ± 26
	0.40	1.92	433 ± 167	74 ± 28
	0.45	1.93	633 ± 175	133 ± 37
	0.48	1.93	312 ± 179	74 ± 42
42) T.Fields et al.	2.30	2.53	49 ± 4	89 ± 7
43) J.W.Chapman et al.	1.62	2.30	137 ± 16	185 ± 22
	1.77	2.35	109 ± 14	160 ± 21
	1.83	2.37	76 ± 12	115 ± 18
	1.89	2.39	84 ± 11	131 ± 17
	1.95	2.41	53 ± 10	85 ± 16
	2.20	2.50	32 ± 8	57 ± 14
44) W.M.Katz et al.	3.66	2.97	7 ± 4	16 ± 9
45) V.Domingo et al.	2.70	2.67	28 ± 9	57 ± 18
39) E.Eisenhandler et al.	0.80	2.02	424 ± 13	235 ± 7
	0.90	2.05	460 ± 9	303 ± 6
	1.00	2.08	396 ± 7	302 ± 5
	1.10	2.12	343 ± 7	297 ± 6
	1.16	2.14	336 ± 6	312 ± 5
	1.23	2.16	275 ± 5	274 ± 5
	1.30	2.18	236 ± 4	251 ± 5
	1.36	2.21	199 ± 4	223 ± 4
	1.43	2.23	165 ± 4	196 ± 4
	1.50	2.25	159 ± 3	198 ± 4
	1.60	2.29	125 ± 3	167 ± 4

$\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ on-shell-Wirkungsquerschnitt
aus detailliertem Gleichgewicht

	P_{Lab} GeV	$\sqrt{s}$ GeV	$\sigma(p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-)$ μb	$\sigma(\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p})$ μb
39) E.Eisenhandler et al. cont.	1.70	2.33	107 ± 2	152 ± 3
	1.80	2.36	90 ± 2	134 ± 3
	1.85	2.38	77 ± 2	118 ± 3
	1.90	2.40	75 ± 2	117 ± 3
	1.99	2.43	62 ± 2	101 ± 3
	2.10	2.47	56 ± 2	96 ± 3
	2.20	2.50	50 ± 1	88 ± 2
	2.30	2.53	42 ± 1	76 ± 2
	2.40	2.57	37 ± 1	70 ± 2

A n h a n g C =====

Quantenzahlen einiger Zweiteil- chenzustände

Zustand	S	L	$J^{PC}(PC)$	I^G		
$p\bar{p}$	$I=0,1$		$S=0,1$			
1S_0	0	0	$0^{-+}(-)0^{+1-}$	$1^{+-}(-)0^{-1+}$	$2^{-+}(-)0^{+1-}$	
1P_1	0	1				
1D_2	0	2				
3S_1	1	0				
3P_0	1	1				
3D_1	1	2				
$\pi^{-}\pi^{+}$	$P = C$		$CP = +$	$G = +$	$I = 0,1,2$	$S = 0$
1S_0	0	0	$0^{++}(+)0^{+2+}$	$1^{--}(+) 1^{+}$	$2^{++}(+)0^{+2+}$	
1P_1	0	1				
1D_2	0	2				
$\pi^{-}\rho^{+}$	$P = C$		$CP = +$	$I = 0,1,2$	$S = 1$	
3S_1	1	0	$0^{--}(+)0^{-1+2-}$	$1^{++}(+)0^{+1-2+}$	$2^{--}(+)0^{-1+2-}$	$3^{++}(+)0^{+1-2+}$
3P_0	1	1				
3D_1	1	2				
$\pi^{-}A_1^{+}$	$P = C$		$CP = +$	$I = 0,1,2$	$S = 1$	
3S_1	1	0	$0^{++}(+)0^{+1-2+}$	$1^{--}(+)0^{-1+2-}$	$2^{++}(+)0^{+1-2+}$	$3^{--}(+)0^{-1+2-}$
3P_0	1	1				
3D_1	1	2				
$\pi^{-}A_2^{+}$	$P = -C$		$CP = -$	$I = 0,1,2$	$S = 2$	
5S_2	2	0	$0^{-+}(-)0^{+1-2+}$	$1^{+-}(-)0^{-1+2-}$	$2^{-+}(-)0^{+1-2+}$	$3^{+-}(-)0^{-1+2-}$
5P_1	2	1				
5D_0	2	2				
$\pi^{-}g^{+}$	$P = C$		$CP = +$	$I = 0,1,2$	$S = 3$	
7S_3	3	0		$1^{++}(+)0^{+1-2+}$	$2^{--}(+)0^{-1+2-}$	$3^{++}(+)0^{+1-2+}$
7P_2	3	1				
7D_1	3	2				

Anhang D

Momentenanalyse der Winkelverteilung (χ^2 -Methode)

In 40×36 Raumwinkelintervallen $\Omega^\mu = (\cos\theta, \varphi)^\mu$ konstanter Breite

$$d\Omega = d\cos\theta \cdot d\varphi = (2/40) \cdot (2\pi/36) = 4\pi/1440$$

wird die theoretische Verteilung der Ereignisse in einem M, t -Intervall i als Reihenentwicklung nach Kugelflächenfunktionen $Y_1^m(\Omega^\mu)$ angesetzt:

$$dN^{\text{theor}}(\Omega^\mu)_i = d\Omega \cdot \sum_{\substack{l=0 \\ 0 \leq m \leq l}}^{l_{\max}} (2 - \delta_{m0}) \cdot \langle N * Y_1^m \rangle_i \cdot \text{Re} Y_1^m(\Omega^\mu)$$

mit $\Omega^\mu =$ Mitte des Intervalls $(\cos\theta, \varphi)^\mu$
 $Y_1^m(\Omega^\mu) =$ Kugelflächenfunktion in der Normierung
 $Y_0^0 = \sqrt{1/4\pi}$
 $\langle N * Y_1^m \rangle_i =$ Unnormalisiertes Moment der Winkelverteilung im Intervall i

Zur Bestimmung der Momente wird die theoretische Verteilung an die gemessene in jedem M, t -Intervall durch eine χ^2 -Minimalisierung angepaßt. χ^2 wird definiert durch:

$$\chi_i^2 = \sum_{\mu=1}^{1440} \frac{\{ W_K^\mu - A(\Omega^\mu) \cdot dN^{\text{theor}}(\Omega^\mu) \}_i^2}{\sigma_\mu^2}$$

mit $\sigma_\mu =$ wahrer Fehler (Varianz)
 $W_K^\mu =$ Summe der Korrekturgewichte konfigurationsabhängiger Verluste im Intervall (i, u) (s.St.26)
 $A(\Omega^\mu) =$ Mittelwert der geometrischen Akzeptanz im Intervall (i, u) , berechnet nach der Monte Carlo-Methode (s.St.22) für iso-

trope $\cos\theta, \varphi$ -Verteilung. Die M,t-Abhängigkeit der Akzeptanz wird für jedes Ereignis durch lineare Interpolation zwischen den bei festen M,t-Werten berechneten Monte Carlo-Akzeptanzen berücksichtigt. Da die Winkelverteilung wegen Paritätserhaltung der Bedingung $I(\cos\theta, \varphi) = I(\cos\theta, 2\pi - \varphi)$ genügen muß, werden Ereigniszahlen und Akzeptanz in korrespondierenden Intervallen $(\cos\theta, \varphi)$ und $(\cos\theta, 2\pi - \varphi)$ gemittelt und die Anpassung auf eine $\cos\theta, \varphi$ -Halbebene beschränkt. Raumwinkelintervalle mit einer Akzeptanz unter 1% werden nicht berücksichtigt.

Die χ^2 -Minimalisierung erfolgt iterativ durch Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\partial (x^2) / \partial \langle N \star Y_1^m \rangle = 0 ; \quad \begin{cases} 1 = 0 \dots 1_{\max} \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases} ,$$

wobei für das Quadrat des Fehlers σ_μ^2 im ersten Schritt

$$\sigma_\mu^2 = w_K^\mu$$

als Näherung eingesetzt wird ("modified minimum chi-square method", siehe z.B. Ref.66). Für die folgenden Iterationsschritte wird jeweils

$$\sigma_\mu^2 = A(\Omega^\mu) \cdot dN^{\text{theor}}(\Omega^\mu)$$

mit der im vorangegangenen Schritt erhaltenen Näherung für $dN^{\text{theor}}(\Omega)$ eingesetzt. Konvergenz wird im allgemeinen nach drei bis vier Iterationsschritten erreicht.

Die angegebene Methode arbeitet für mittlere bis hohe Ereigniszahlen auch bei teilweise verschwindender $\cos\theta, \varphi$ -Akzeptanz. Allerdings können systematische Fehler bei stark veränderlicher Akzeptanz oder bei Vorliegen sehr hoher Partialwellen in der Winkelverteilung durch die Mittelung innerhalb endlich großer $\cos\theta, \varphi$ -Intervalle auftreten.

UNNORMALIZED MEO MOMENTS ***** 18.8 GEV DATA *****

MASS	★	L	1	★	L	2	★	L	3	★	L	4	★	L	5	★
1.889	I	17.8	5.2	I	11.6	4.8	I	-6.3	4.7	I	-4.1	4.4	I	-7.7	5.0	I
1.928	I	79.6	11.8	I	64.7	11.6	I	6.7	10.4	I	5.2	10.4	I	-17.1	10.4	I
1.977	I	-20.2	14.6	I	131.4	14.5	I	-23.6	14.6	I	42.7	14.7	I	-20.2	14.6	I
2.026	I	-135.4	17.2	I	177.5	17.6	I	-87.2	16.8	I	87.2	16.8	I	9.0	16.5	I
2.075	I	-120.9	17.7	I	141.6	17.9	I	-103.6	15.9	I	67.4	17.4	I	27.6	17.3	I
2.125	I	-139.1	17.2	I	107.8	17.0	I	-92.7	16.9	I	81.9	16.8	I	39.0	16.7	I
2.175	I	-76.8	14.9	I	-27.8	16.4	I	-39.2	14.8	I	81.7	15.0	I	18.3	14.7	I
2.225	I	-33.1	15.1	I	9.0	16.5	I	-48.1	15.1	I	42.1	15.0	I	24.1	16.6	I
2.275	I	-27.7	13.9	I	-62.3	14.1	I	4.2	13.9	I	-1.4	15.2	I	-4.2	15.2	I
2.324	I	22.7	12.5	I	-95.2	13.2	I	-26.1	13.6	I	0.0	14.7	I	30.6	13.7	I
2.375	I	34.0	14.8	I	-54.3	13.8	I	-24.9	14.8	I	-32.8	15.9	I	37.4	14.8	I
2.424	I	63.8	13.6	I	-24.5	14.1	I	-17.5	15.8	I	20.1	15.8	I	54.2	15.2	I
2.475	I	66.3	13.1	I	-30.7	13.4	I	-48.1	13.6	I	9.6	14.1	I	28.2	13.4	I
2.524	I	78.9	11.7	I	-14.4	12.0	I	-38.9	12.9	I	7.8	12.6	I	17.3	12.0	I
2.574	I	71.5	11.9	I	-1.6	11.9	I	-35.7	12.8	I	4.7	11.7	I	10.4	11.9	I
2.624	I	53.5	11.6	I	14.5	11.7	I	-31.4	11.7	I	8.0	11.7	I	28.9	11.2	I
2.674	I	57.6	12.4	I	24.3	12.2	I	-30.7	12.0	I	12.3	12.8	I	14.5	12.5	I
2.722	I	67.1	11.3	I	17.6	11.5	I	-7.2	11.9	I	7.5	11.9	I	11.0	11.7	I
2.775	I	53.8	12.1	I	42.2	11.9	I	-3.8	10.7	I	12.8	10.0	I	26.6	12.0	I
2.824	I	47.9	11.0	I	29.6	11.1	I	-10.4	10.5	I	12.8	10.9	I	16.3	10.8	I
2.877	I	37.1	9.0	I	26.5	10.0	I	21.7	10.7	I	25.0	10.9	I	30.0	10.9	I
2.922	I	33.7	11.0	I	31.7	12.1	I	-5.5	12.5	I	28.7	12.7	I	8.7	13.1	I
2.968	I	57.3	15.5	I	57.8	14.4	I	11.2	14.5	I	7.7	15.0	I	11.4	14.3	I
3.021	I	46.3	14.3	I	53.1	15.7	I	23.0	15.4	I	41.5	12.9	I	21.0	12.5	I
3.070	I	26.8	11.4	I	36.8	12.1	I	12.2	12.0	I	21.3	10.9	I	1.7	10.5	I
3.123	I	22.2	13.1	I	29.2	11.9	I	-5.0	9.9	I	-2.1	9.8	I	-27.9	11.3	I
3.178	I	15.6	6.6	I	19.1	6.9	I	5.2	7.0	I	9.0	7.6	I	-3.0	8.6	I

UNNORMALIZED M=0 MOMENTS 18.8 GEV DATA *****

★	MASS	★	L = 6	★	L = 7	★	L = 8	★	L = 9	★	L = 10	★
I	1.889	I	-12.6	I	-11.8	I	-3.6	I	8.4	I	11.1	I
I	1.928	I	-26.0	I	-5.2	I	-16.4	I	-8.2	I	-8.9	I
I	1.977	I	11.2	I	32.6	I	11.2	I	35.9	I	9.0	I
I	2.026	I	-18.0	I	-7.5	I	-27.1	I	-6.0	I	-9.0	I
I	2.075	I	-53.5	I	-3.5	I	-25.9	I	3.5	I	-13.8	I
I	2.125	I	-74.2	I	-1.9	I	14.8	I	11.1	I	-0.0	I
I	2.175	I	-109.5	I	-21.2	I	26.1	I	-6.5	I	-4.9	I
I	2.225	I	-33.1	I	19.6	I	69.2	I	49.6	I	10.5	I
I	2.275	I	-23.5	I	-18.0	I	65.1	I	6.9	I	-16.6	I
I	2.324	I	-23.5	I	-46.5	I	61.2	I	28.3	I	-30.6	I
I	2.375	I	36.2	I	5.7	I	65.7	I	-31.7	I	-40.8	I
I	2.424	I	47.2	I	19.2	I	28.8	I	1.7	I	-10.5	I
I	2.475	I	14.1	I	-8.3	I	26.5	I	-27.4	I	-23.2	I
I	2.524	I	30.5	I	18.5	I	-14.9	I	-23.3	I	-13.8	I
I	2.574	I	19.7	I	16.6	I	-5.5	I	1.6	I	-10.9	I
I	2.624	I	2.0	I	2.6	I	-4	I	11.3	I	-11.7	I
I	2.674	I	9.0	I	2.0	I	10.7	I	-15.4	I	-3.0	I
I	2.722	I	11.7	I	11.0	I	6.3	I	10.7	I	5.5	I
I	2.775	I	8.7	I	24.0	I	2.0	I	8.1	I	8.6	I
I	2.824	I	-2.2	I	-9.6	I	-14.8	I	9.3	I	10.7	I
I	2.877	I	20.3	I	18.9	I	17.8	I	9.3	I	18.8	I
I	2.922	I	20.3	I	-6.6	I	12.7	I	11.1	I	-8.7	I
I	2.968	I	3.1	I	32.5	I	11.0	I	3.4	I	-17.0	I
I	3.021	I	9.6	I	-17.9	I	-30.3	I	-16.9	I	19.8	I
I	3.070	I	7.3	I	-7.7	I	-6.2	I	-6.5	I	7.4	I
I	3.123	I	-15.1	I	-21.1	I	11.0	I	2.7	I	7.0	I
I	3.178	I	5.8	I	-2.2	I	7.7	I	8.0	I	7.5	I

UNNORMALIZED M=0 MOMENTS 9.8 GEV DATA *****

★	MASS	★	L	E	1	★	L	E	2	★	L	E	3	★	L	E	4	★	L	E	5	★
I	1.891	II	49.3	+	9.1	I	31.0	+	8.3	I	1.5	+	8.1	I	-18.3	+	8.2	I	11.7	+	8.7	I
I	1.929	II	200.9	+	19.6	I	288.3	+	20.4	I	-2.4	+	18.9	I	-7.1	+	18.9	I	-56.7	+	19.0	I
I	1.976	II	-78.0	+	28.8	I	471.8	+	26.6	I	-176.4	+	29.0	I	82.1	+	28.8	I	-102.6	+	28.8	I
I	2.026	II	-352.2	+	32.8	I	432.3	+	33.2	I	-250.8	+	32.4	I	149.4	+	32.2	I	-21.3	+	32.0	I
I	2.075	II	-305.6	+	39.5	I	338.9	+	39.6	I	-288.9	+	33.9	I	194.5	+	39.1	I	-27.8	+	38.9	I
I	2.124	II	-321.6	+	35.6	I	232.6	+	40.0	I	-188.0	+	35.0	I	138.5	+	34.8	I	-54.4	+	34.7	I
I	2.174	II	-171.5	+	33.8	I	62.0	+	37.7	I	-100.4	+	33.6	I	146.4	+	37.9	I	-46.0	+	33.5	I
I	2.225	II	-132.6	+	33.4	I	-14.7	+	36.8	I	-3.7	+	33.1	I	77.3	+	33.2	I	-7.4	+	33.1	I
I	2.273	II	-56.6	+	29.7	I	-137.3	+	30.2	I	8.1	+	29.6	I	70.0	+	32.4	I	-29.6	+	29.6	I
I	2.323	II	44.9	+	28.5	I	-115.9	+	31.2	I	42.6	+	30.8	I	61.5	+	33.2	I	-21.3	+	30.8	I
I	2.373	II	59.9	+	31.2	I	-70.2	+	31.2	I	28.9	+	33.1	I	8.3	+	33.0	I	60.1	+	33.3	I
I	2.423	II	102.0	+	29.5	I	-33.5	+	32.0	I	28.7	+	33.5	I	52.6	+	33.7	I	43.4	+	32.1	I
I	2.476	II	47.0	+	20.3	I	-61.5	+	23.3	I	-22.6	+	23.6	I	46.1	+	23.9	I	4.3	+	22.1	I
I	2.521	II	83.2	+	19.7	I	-4.9	+	22.7	I	-46.5	+	22.7	I	56.9	+	20.7	I	4.3	+	19.6	I
I	2.570	II	41.3	+	17.8	I	-11.2	+	19.1	I	-24.8	+	10.0	I	14.5	+	19.1	I	8.8	+	18.2	I
I	2.625	II	60.2	+	19.9	I	0.0	+	22.0	I	-48.6	+	22.3	I	26.2	+	19.1	I	21.6	+	22.0	I
I	2.666	II	21.9	+	12.8	I	16.0	+	13.8	I	4.7	+	12.2	I	13.3	+	10.8	I	11.5	+	9.3	I

UNNORMALIZED MEO MOMENTS 9.8 GEV DATA *****

MASS	L = 6	L = 7	L = 8	L = 9	L = 10	*
I	I	I	I	I	I	I
1.891	-4.1	-9.7	-3.0	-3.0	5.1	8.6
1.929	-54.3	2.4	-7.1	42.5	47.3	18.9
1.976	-16.4	20.5	40.2	-8.2	26.7	28.7
2.026	-144.1	5.3	-90.7	58.7	5.3	32.0
2.075	-144.5	-50.0	-16.7	-22.2	22.2	34.9
2.124	-207.8	14.9	-34.6	9.9	-19.8	34.6
2.174	-146.4	20.9	-92.0	37.5	-46.0	33.5
2.225	-95.7	36.8	14.7	7.4	-29.5	33.2
2.273	-45.8	16.2	167.0	-24.2	-61.9	29.7
2.323	21.3	4.7	106.4	-28.4	-82.8	31.0
2.373	33.0	53.7	41.3	-47.5	0.0	31.0
2.423	78.1	86.1	71.7	6.4	-51.0	32.1
2.476	22.6	22.6	18.1	-44.3	-29.8	22.8
2.521	18.4	-18.4	-27.5	-49.0	-37.3	20.1
2.570	6.2	31.0	3.7	29.3	-14.0	21.6
2.625	17.8	-25.5	-34.7	-6.6	27.5	20.9
2.666	-8.7	1.7	-13.4	-15.0	-16.7	13.4
I	I	I	I	I	I	I

NORMALIZED M=0. MOMENTS
18.8 AND 9.8 GEV DATA COMBINED

MASS	**	L = 1	*	L = 2	*	L = 3	*	L = 4	*	L = 5	*
I 1.890	II	.103 +	I	.065 +	I	.008 +	I	.035 +	I	.008 +	I
I 1.928	II	.090 +	I	.114 +	I	.001 +	I	.001 +	I	.024 +	I
I 1.976	II	.019 +	I	.115 +	I	.038 +	I	.024 +	I	.006 +	I
I 2.026	II	.072 +	I	.089 +	I	.050 +	I	.035 +	I	.005 +	I
I 2.076	II	.060 +	I	.089 +	I	.054 +	I	.036 +	I	.006 +	I
I 2.124	II	.069 +	I	.052 +	I	.043 +	I	.028 +	I	.015 +	I
I 2.176	II	.044 +	I	.052 +	I	.024 +	I	.028 +	I	.006 +	I
I 2.225	II	.030 +	I	.001 +	I	.015 +	I	.024 +	I	.007 +	I
I 2.274	II	.020 +	I	.048 +	I	.003 +	I	.011 +	I	.007 +	I
I 2.324	II	.020 +	I	.069 +	I	.004 +	I	.012 +	I	.008 +	I
I 2.374	II	.030 +	I	.043 +	I	.008 +	I	.015 +	I	.010 +	I
I 2.423	II	.069 +	I	.026 +	I	.004 +	I	.027 +	I	.033 +	I
I 2.475	II	.071 +	I	.046 +	I	.049 +	I	.016 +	I	.052 +	I
I 2.523	II	.133 +	I	.020 +	I	.068 +	I	.039 +	I	.038 +	I
I 2.572	II	.130 +	I	.008 +	I	.067 +	I	.019 +	I	.023 +	I
I 2.624	II	.139 +	I	.029 +	I	.088 +	I	.033 +	I	.016 +	I
I 2.670	II	.139 +	I	.062 +	I	.063 +	I	.023 +	I	.069 +	I
I 2.722	II	.213 +	I	.056 +	I	.023 +	I	.039 +	I	.043 +	I
I 2.775	II	.186 +	I	.146 +	I	.013 +	I	.026 +	I	.035 +	I
I 2.824	II	.194 +	I	.120 +	I	.042 +	I	.052 +	I	.092 +	I
I 2.877	II	.283 +	I	.202 +	I	.166 +	I	.191 +	I	.066 +	I
I 2.922	II	.204 +	I	.192 +	I	.003 +	I	.174 +	I	.229 +	I
I 2.968	II	.256 +	I	.258 +	I	.050 +	I	.241 +	I	.053 +	I
I 3.021	II	.269 +	I	.309 +	I	.134 +	I	.217 +	I	.051 +	I
I 3.070	II	.273 +	I	.376 +	I	.124 +	I	.217 +	I	.122 +	I
I 3.123	II	.239 +	I	.314 +	I	.054 +	I	.223 +	I	.017 +	I
I 3.178	II	.295 +	I	.361 +	I	.099 +	I	.169 +	I	.300 +	I
I						.129		.134		.056 +	I

NORMALIZED M20 MOMENTS 18.8 AND 9.8 GEV DATA COMBINED

MASS	**	L	B	*	L	B	*	L	B	*	L	B	*	L	B	*
1.890	II	-.024	+.014	I	-.036	+.015	I	-.010	+.015	I	-.010	+.015	I	-.026	+.015	I
1.928	II	-.026	+.007	I	-.001	+.007	I	-.007	+.007	I	-.007	+.007	I	-.013	+.007	I
1.976	II	-.001	+.006	I	-.010	+.006	I	-.012	+.006	I	-.005	+.006	I	-.006	+.006	I
2.026	II	-.024	+.005	I	-.000	+.005	I	-.017	+.005	I	-.008	+.005	I	-.001	+.005	I
2.075	II	-.028	+.006	I	-.007	+.006	I	-.007	+.006	I	-.002	+.006	I	-.000	+.006	I
2.124	II	-.041	+.006	I	-.001	+.006	I	-.001	+.006	I	-.004	+.006	I	-.002	+.006	I
2.175	II	-.049	+.006	I	-.003	+.006	I	-.019	+.006	I	-.002	+.006	I	-.007	+.006	I
2.225	II	-.024	+.007	I	-.011	+.007	I	-.023	+.007	I	-.014	+.007	I	-.017	+.007	I
2.274	II	-.017	+.008	I	-.004	+.008	I	-.054	+.008	I	-.008	+.008	I	-.031	+.008	I
2.324	II	-.008	+.009	I	-.021	+.009	I	-.050	+.009	I	-.026	+.009	I	-.022	+.009	I
2.374	II	-.026	+.010	I	-.014	+.010	I	-.043	+.010	I	-.003	+.010	I	-.020	+.010	I
2.423	II	-.052	+.012	I	-.035	+.013	I	-.038	+.013	I	-.029	+.013	I	-.030	+.013	I
2.475	II	-.019	+.014	I	0.000	+.014	I	-.029	+.014	I	-.030	+.014	I	-.034	+.014	I
2.523	II	-.046	+.017	I	-.017	+.017	I	-.030	+.017	I	-.050	+.017	I	-.023	+.017	I
2.572	II	-.033	+.021	I	-.040	+.021	I	-.001	+.022	I	-.016	+.020	I	-.012	+.022	I
2.624	II	-.016	+.025	I	-.017	+.024	I	-.020	+.024	I	-.020	+.023	I	-.018	+.023	I
2.670	II	-.012	+.030	I	-.007	+.028	I	-.011	+.028	I	-.045	+.029	I	-.001	+.030	I
2.722	II	-.037	+.038	I	-.035	+.035	I	-.020	+.036	I	-.034	+.037	I	-.019	+.035	I
2.775	II	-.030	+.044	I	-.083	+.043	I	-.007	+.043	I	-.028	+.043	I	-.035	+.043	I
2.824	II	-.009	+.043	I	-.039	+.038	I	-.060	+.037	I	-.003	+.039	I	-.082	+.038	I
2.877	II	-.155	+.079	I	-.144	+.077	I	-.136	+.074	I	-.071	+.081	I	-.114	+.075	I
2.922	II	-.123	+.074	I	-.145	+.076	I	-.077	+.075	I	-.067	+.078	I	-.039	+.074	I
2.968	II	-.014	+.062	I	-.104	+.059	I	-.049	+.067	I	-.015	+.069	I	-.099	+.071	I
3.021	II	-.056	+.071	I	-.104	+.068	I	-.176	+.059	I	-.098	+.060	I	-.079	+.051	I
3.070	II	-.074	+.100	I	-.079	+.090	I	-.085	+.086	I	-.066	+.094	I	-.086	+.105	I
3.123	II	-.162	+.113	I	-.227	+.083	I	-.067	+.096	I	-.029	+.075	I	-.074	+.073	I
3.178	II	-.110	+.159	I	-.041	+.145	I	-.207	+.122	I	-.150	+.129	I	-.374	+.085	I

NORMALIZED $M=1$ MOMENTS

MASS	*	L	1	*	L	2	*	L	3	*	L	4	*	L	5
1.890	I	.011	.009	I	.001	.011	I	.002	.011	I	.002	.011	I	.018	.010
1.928	II	.007	.004	I	.015	.005	I	.008	.005	I	.012	.005	I	.013	.005
1.976	II	.006	.003	I	.006	.004	I	.004	.004	I	.008	.004	I	.001	.004
2.026	II	.002	.003	I	.004	.003	I	.011	.004	I	.012	.004	I	.001	.004
2.075	II	.006	.004	I	.010	.004	I	.006	.004	I	.014	.004	I	.014	.004
2.124	II	.008	.004	I	.011	.004	I	.013	.005	I	.011	.005	I	.005	.004
2.175	II	.011	.005	I	.007	.004	I	.002	.005	I	.001	.005	I	.001	.005
2.225	II	.019	.005	I	.006	.005	I	.011	.006	I	.010	.005	I	.005	.006
2.274	II	.002	.006	I	.014	.006	I	.015	.006	I	.006	.006	I	.022	.006
2.324	II	0.000	.007	I	.005	.006	I	.004	.007	I	.014	.006	I	.009	.007
2.374	II	.017	.007	I	.002	.007	I	.000	.008	I	.008	.008	I	.010	.009
2.423	II	.004	.009	I	.006	.008	I	.028	.009	I	.013	.009	I	.019	.010
2.475	II	.017	.010	I	.004	.009	I	.015	.011	I	.029	.012	I	.011	.013
2.523	II	.008	.012	I	.025	.011	I	.012	.013	I	.014	.014	I	.023	.014
2.572	II	.017	.014	I	.008	.013	I	.035	.016	I	.023	.018	I	.005	.017
2.624	II	.004	.016	I	.002	.016	I	.001	.018	I	.043	.026	I	.022	.019
2.670	II	.014	.016	I	.026	.017	I	.002	.024	I	.009	.026	I	.026	.025
2.722	II	.009	.024	I	.011	.025	I	.030	.025	I	.047	.026	I	.024	.026
2.775	II	.004	.020	I	.022	.028	I	.038	.030	I	.031	.032	I	.028	.031
2.824	II	.013	.025	I	.004	.020	I	.007	.034	I	.040	.036	I	.021	.042
2.877	II	.017	.030	I	.002	.028	I	.074	.034	I	.057	.040	I	.108	.037
2.922	II	.021	.037	I	.036	.032	I	.015	.047	I	.003	.040	I	.023	.046
2.968	II	.023	.028	I	.023	.044	I	.024	.041	I	.052	.049	I	.012	.050
3.021	II	.010	.022	I	.045	.030	I	.003	.067	I	.019	.076	I	.022	.075
3.070	II	.025	.033	I	.025	.053	I	.022	.097	I	.088	.084	I	.002	.076
3.123	II	.009	.051	I	.028	.086	I	.159	.039	I	.204	.025	I	.098	.055
3.178	II	.039	.039	I	.117	.044	I			I			I		

NORMALIZED M=1 MOMENTS 1A,8 AND 9,8 REV DATA COMBINED

★	MASS	★	L 8	★	L 8 7	★	L 8 8	★	L 8 9	★	L 8 10	★
I	1.890	II	.015 +	I	.013 +	I	.007 +	I	.003 +	I	.014 +	I
I	1.928	II	.018 +	I	.002 +	I	.008 +	I	-.000 +	I	.002 +	I
I	1.976	II	.009 +	I	-.002 +	I	.008 +	I	-.004 +	I	.010 +	I
I	2.026	II	.010 +	I	-.000 +	I	.007 +	I	-.005 +	I	.005 +	I
I	2.075	II	0.000 +	I	.004 +	I	-.001 +	I	-.001 +	I	.003 +	I
I	2.124	II	.010 +	I	-.003 +	I	-.000 +	I	-.004 +	I	-.008 +	I
I	2.175	II	-.001 +	I	.001 +	I	.007 +	I	.004 +	I	-.005 +	I
I	2.225	II	.008 +	I	-.003 +	I	-.016 +	I	-.004 +	I	-.008 +	I
I	2.274	II	-.010 +	I	.008 +	I	-.002 +	I	-.007 +	I	.014 +	I
I	2.324	II	-.008 +	I	-.006 +	I	-.003 +	I	-.010 +	I	.002 +	I
I	2.374	II	-.007 +	I	.005 +	I	.004 +	I	.010 +	I	.013 +	I
I	2.423	II	-.006 +	I	.007 +	I	.001 +	I	.002 +	I	.008 +	I
I	2.475	II	.002 +	I	.003 +	I	.016 +	I	-.006 +	I	-.004 +	I
I	2.523	II	-.028 +	I	-.006 +	I	-.003 +	I	-.001 +	I	-.011 +	I
I	2.572	II	-.044 +	I	.004 +	I	.015 +	I	.016 +	I	.001 +	I
I	2.624	II	.017 +	I	.036 +	I	.008 +	I	.014 +	I	.014 +	I
I	2.670	II	-.023 +	I	.006 +	I	.015 +	I	-.001 +	I	-.005 +	I
I	2.722	II	-.011 +	I	.059 +	I	.027 +	I	.018 +	I	.035 +	I
I	2.775	II	.012 +	I	.025 +	I	.011 +	I	.028 +	I	.003 +	I
I	2.824	II	.021 +	I	-.012 +	I	-.017 +	I	.034 +	I	.028 +	I
I	2.877	II	.011 +	I	-.005 +	I	.011 +	I	.011 +	I	.009 +	I
I	2.922	II	.050 +	I	.055 +	I	.059 +	I	.051 +	I	.087 +	I
I	2.968	II	.015 +	I	.061 +	I	.050 +	I	.040 +	I	.056 +	I
I	3.021	II	-.024 +	I	.032 +	I	.013 +	I	.080 +	I	.078 +	I
I	3.070	II	-.005 +	I	.023 +	I	-.053 +	I	.067 +	I	.115 +	I
I	3.123	II	.142 +	I	-.042 +	I	.043 +	I	.180 +	I	-.055 +	I
I	3.178	II	-.065 +	I	.054 +	I	-.055 +	I	-.037 +	I	-.201 +	I

Anhang F

Partialwellendarstellung der Momente der $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Winkelverteilung

Im Gottfried-Jackson-System (Fig.9c) mit der z-Achse in Richtung des einlaufenden Teilchens wird der differentielle Wirkungsquerschnitt³²⁾ ohne Berücksichtigung von Polarisation:

$$d\mathcal{G}/d\Omega = \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} |f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(\Omega)|^2$$

und die Streuamplitude $f(\Omega)$ mit $\lambda = (\lambda_1 - \lambda_2)$ und $\lambda' = (\lambda_3 - \lambda_4)$:

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}(\Omega) = (1/q^*) \cdot \sum_J (2J+1) \cdot \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \cdot e^{i(\lambda - \lambda')\varphi} \cdot d_{\lambda \lambda'}^J(\Omega)$$

mit

$\lambda_1, \lambda_2 =$ Helizitäten der einlaufenden Teilchen π^+, π^-

$\lambda_3, \lambda_4 =$ " " auslaufenden " $p, \bar{p}$

$q^* =$ $\pi\pi$ -Schwerpunktsimpuls $= \sqrt{M_{p\bar{p}}^2/4 - m_\pi^2}$

$J =$ Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses (Spin)

$\langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J | \lambda_1 \lambda_2 \rangle =$ T-Matrixelement

$d_{\lambda\lambda'}^J =$ Drehmatrixelement

Aus der Definition des T-Matrixelementes gemäß

$$\langle \lambda_3 \lambda_4 | S^J | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \delta_{\lambda_1 \lambda_3} \delta_{\lambda_2 \lambda_4} \quad 2i \cdot \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$$

folgt für die Reaktion $\pi^+\pi^-\rightarrow p\bar{p}$ mit $\lambda_1=\lambda_2=0$ und $\lambda_3=\pm 1/2, \lambda_4=\pm 1/2$

$$S_{\lambda_3 \lambda_4}^J = \langle \lambda_3 \lambda_4 | S^J | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = 2i \cdot \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$$

Wegen Paritätserhaltung gilt für die S-Matrixelemente $\langle S^J \rangle$:

$$\langle -\lambda_3 \ -\lambda_4 | S^J | -\lambda_1 - \lambda_2 \rangle = \langle \lambda_3 \ \lambda_4 | S^J | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$$

so daß für jede Partialwelle J zwei verschiedene Helizitätsamplituden

$$\text{und} \quad S_1^J = S_{-1/2 \ +1/2}^J = S_{+1/2 \ -1/2}^J \quad ; \quad \lambda' = \pm 1$$

$$S_0^J = S_{-1/2 \ -1/2}^J = S_{+1/2 \ +1/2}^J \quad ; \quad \lambda' = 0$$

=====

beitragen. Drückt man die Drehmatrixelemente $d_{\lambda\lambda'}^J$ für $\lambda' = 0$ und $\lambda' = -1, 0$ und $+1$ durch Kugelfunktionen $Y_1^m(\Omega)$ aus, so erhält man mit (Ref.32)

$$d_{00}^J(\Omega) = \sqrt{4\pi/(2J+1)} \cdot Y_J^0(\Omega) \quad \text{und}$$

$$d_{0\pm 1}^J(\Omega) = -\sqrt{4\pi/(2J+1)} \cdot e^{\mp i\varphi} \cdot Y_J^{\pm 1}(\Omega)$$

die Partialwellenentwicklung der $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Winkelverteilung ($J_{\min} = S_{p\bar{p}} = 1$):

$$d\mathcal{G}/d\Omega = (2\pi/q^{*2}) \cdot \left\{ \left| \sum_{J=1}^{J_{\max}} \sqrt{2J+1} \cdot S_0^J \cdot Y_J^0(\Omega) \right|^2 + \left| \sum_{J=1}^{J_{\max}} \sqrt{2J+1} \cdot S_1^J \cdot Y_J^1(\Omega) \right|^2 \right\}$$

=====

Mit der Abkürzung $a_J = \sqrt{2J+1} \cdot S_0^J$ und $b_J = \sqrt{2J+1} \cdot S_1^J$ wird die Winkelverteilung in willkürlicher Normierung:

$$\begin{aligned} I(\Omega) &= \left| \sum_J a_J \cdot Y_J^0(\Omega) \right|^2 + \left| \sum_J b_J \cdot Y_J^1(\Omega) \right|^2 \\ &= \sum_{i,j=J_{\min}}^{J_{\max}} (a_i a_j^* \cdot Y_i^0 Y_j^{0*} + b_i b_j^* \cdot Y_i^1 Y_j^{1*}) \end{aligned}$$

Die hierin auftretenden Produkte von Kugelfunktionen können in bekannter Weise⁶⁷⁾ nach Kugelfunktionen entwickelt werden, und man erhält mit der Abkürzung:

$$c_{ijL}^0 = \sqrt{\frac{(2i+1) \cdot (2j+1)}{4\pi \cdot (2L+1)}} \cdot \langle ij00 | L0 \rangle \cdot \langle ij00 | L0 \rangle$$

und

$$-c_{ijL}^1 = \sqrt{\frac{(2i+1) \cdot (2j+1)}{4\pi \cdot (2L+1)}} \cdot \langle ij1-1 | L0 \rangle \cdot \langle ij00 | L0 \rangle$$

die Entwicklung der Winkelverteilung $I(\Omega)$ nach Kugelfunktionen:

$$I(\Omega) = \sum_{i,j=J_{\min}}^{J_{\max}} \sum_{L=|j-i|}^{|j+i|} (c_{ijL}^0 \cdot a_i a_j^* + c_{ijL}^1 \cdot b_i b_j^*) \cdot Y_L^0(\Omega)$$

$$= \sum_{\substack{L=0 \\ |j-i| \leq L \leq |j+i| \\ J_{\min} \leq i,j \leq J_{\max}}}^{2J_{\max}} (c_{ijL}^0 \cdot a_i a_j^* + c_{ijL}^1 \cdot b_i b_j^*) \cdot Y_L^0(\Omega)$$

=====

Damit sind die Momente der Winkelverteilung durch die Partialwellenamplituden ausgedrückt. Aus den Eigenschaften der Clebsch-Gordan-Koeffizienten $\langle ll'mm' | LM \rangle$ folgt für die Koeffizienten $c_{ijL}^{0,1}$ außerdem:

$$c_{ijL} = c_{jiL} \quad \text{und}$$

$$c_{2i \ 2j \ 2l+1} = c_{2i+1 \ 2j+1 \ 2l+1} = c_{2i \ 2j+1 \ 2l} = 0$$

=====

Beispiel: ($J_{\max} = 5$)

$$\begin{aligned} \langle Y_8^0 \rangle &= 7.31(a_3 a_5^* + a_5 a_3^*) - 5.78(b_3 b_5^* + b_5 b_3^*) \\ &\quad + 7.48(a_4 a_4^*) - 5.98(b_4 b_4^*) \\ &\quad + 5.29(a_5 a_5^*) - 1.06(b_5 b_5^*) \\ \langle Y_{10}^0 \rangle &= 9.08(a_5 a_5^*) - 7.56(b_5 b_5^*) \end{aligned}$$

A n h a n g G =====

Partialwellenzerlegung der
 $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ - Winkelverteilung
(Drehimpulsdarstellung)

Der allgemeine Ausdruck für die Winkelverteilung im Schwerpunktsystem einer Reaktion $i \rightarrow f$ lautet⁶⁸⁾:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{(4q_i^*)^2} \cdot \left| \sum_J^{J_{\max}} \sum_{L=J-S}^{J+S} \sum_{L'=J'-S'}^{J+S'} \sqrt{4\pi(2L+1)} \cdot \right. \\ &\quad \cdot \langle LS m_S | JM \rangle \cdot \left\{ \delta_{fi} - S_{fi}(J \ L \ S \ L' \ S') \right\} \cdot y_{JL'S'}^M \left. \right|^2 \end{aligned}$$

=====

mit den Spin-Bahndrehimpuls-Eigenfunktionen

$$y_{JL'S'}^M(\theta, \varphi) = \sum_{m_L, m_S} \langle L'S' m_L, m_S | JM \rangle \cdot \chi_{S'}^{m_{S'}} \cdot y_{L'}^{m_{L'}}(\theta, \varphi)$$

=====

Anstatt die Winkelverteilung für $\pi^+\pi^- \rightarrow p\bar{p}$ -Streuung aus dieser Gleichung zu bestimmen, kann ebensogut die nach dem Prinzip des detaillierten Gleichgewichts bis auf winkelunabhängige Konstanten gleiche Winkelverteilung der Umkehrreaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ berechnet werden. Dann erhält man mit $\pi\pi$ im Endzustand unmittelbar die Eigenfunktionen y_J^M für Gesamtdrehimpuls J anstelle einer Mischung von Funktionen $y_{L'=J-1}^M$ und $y_{L'=J+1}^M$ im $p\bar{p}$ -Endzustand, die erst mit Hilfe von Rekursionsformeln auf Eigenfunktionen y_J^M umgerechnet werden müßten.

Für $p\bar{p} \rightleftharpoons \pi^+\pi^-$ wird dann mit

$$\begin{aligned} L &= J \pm 1 & ; & & S &= 1 & ; & & M &= m_S = -1, 0, +1 \\ L' &= J & ; & & S' &= m_{S'} = 0 & ; & & M &= m_L \end{aligned}$$

$$\langle L'S'm_L, m_S, lJM \rangle = \langle JOMO | JM \rangle = 1 ,$$

und in der Schreibweise $\langle L10M | JM \rangle = U_L^0 V_1^M W_J^M$ der Ref.67 erhält man für

$$\underline{\sqrt{2L+1} \cdot \langle L10M | JM \rangle} :$$

M	L = J - 1	L = J + 1
M = -1	$\begin{aligned} \sqrt{2J-1} \cdot U_{J-1}^0 V_1^{-1} W_J^{-1} &= \\ &= \underline{\underline{\sqrt{(J+1)/2}}} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \sqrt{2J+3} \cdot U_{J+1}^0 V_1^{-1} W_J^{-1} &= \\ &= \underline{\underline{\sqrt{J/2}}} \end{aligned}$
M = 0	$\begin{aligned} \sqrt{2J-1} \cdot U_{J-1}^0 V_1^0 W_J^0 &= \\ &= \underline{\underline{\sqrt{J}}} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \sqrt{2J+3} \cdot U_{J+1}^0 V_1^0 W_J^0 &= \\ &= \underline{\underline{-\sqrt{J+1}}} \end{aligned}$
M = +1	$\begin{aligned} \sqrt{2J-1} \cdot U_{J-1}^0 V_1^{+1} W_J^{+1} &= \\ &= \underline{\underline{\sqrt{(J+1)/2}}} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \sqrt{2J+3} \cdot U_{J+1}^0 V_1^{+1} W_J^{+1} &= \\ &= \underline{\underline{\sqrt{J/2}}} \end{aligned}$

Damit wird die gesuchte Winkelverteilung (ohne Polarisation) mit $Y_J^{-1} = -Y_J^1$:

$$\begin{aligned} I(\Omega) \sim & \left| \sum_J (\sqrt{J} \cdot S_J^{L=J-1} - \sqrt{J+1} \cdot S_J^{L=J+1}) \cdot Y_J^0(\Omega) \right|^2 + \\ & + \left| \sum_J (\sqrt{J+1} \cdot S_J^{L=J-1} + \sqrt{J} \cdot S_J^{L=J+1}) \cdot Y_J^1(\Omega) \right|^2 \\ & \underline{\underline{\hspace{10cm}}} \end{aligned}$$

Die Summation über J geht von $J = S = 1$ bis $J_{\max}$, die S_J^L sind S-Matrixelemente für den Übergang $\pi\pi \rightleftharpoons p\bar{p}$ mit Bahndrehimpulsquantenzahl $L = J \pm 1$.

A n h a n g H
=====

Lage der Minima im differentiellen
Wirkungsquerschnitt der Reaktion
 $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$

s GeV ²	t = -(q _{π^-} - q _{$\bar{p}$}) ² GeV ²				
3.75	0.68	0.77	0.96	1.07	
3.72	0.56	1.05	1.22	1.37	
3.91	0.50	0.96	1.28		
4.10	0.73	1.36			
4.30	0.70	1.61			
4.51	0.34	0.76	1.79		
4.73	0.91	1.97	2.57		
4.95	0.37	1.03	2.04	2.85	
5.17	0.42	1.12	2.22	3.00	
5.40	0.46	1.18	2.29	3.17	
5.63	0.49	1.49	2.58	3.48	
5.87	0.50	1.46	2.79	3.64	
6.13	0.59	1.71	2.90	3.97	
6.36	0.65	2.09	3.78		
6.62	0.41	2.16	3.24	4.05	
6.89	0.84	3.38	4.34		
7.13	0.77	2.08	3.34	4.25	
7.41	0.43	1.07	2.27	3.68	4.75
7.70	0.44	1.00	2.47	3.66	4.79
7.98	0.27	1.28	4.42	5.32	
8.28	0.58	1.21	2.71	4.27	6.21
8.54	0.53	1.64	3.86	5.42	6.27
8.81	0.68	2.38	4.02	5.51	
9.13	1.21	3.84	5.20	6.48	
9.42	1.62	3.63	5.41	6.82	
9.75	1.76	3.47	5.41	7.04	
10.10	0.37	1.84	3.78	5.41	6.79
					7.85

Literaturverzeichnis
=====

- 1) G.Grayer, B.Hyams, C.Jones, P.Schlein, W.Blum, H.Dietl, W.Koch, H.Lippmann, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger, U.Stierlin and P.Weilhammer, Phys. Letters 34 B, 333 (1971)
- 2) G.Grayer, B.Hyams, C.Jones, P.Schlein, P.Weilhammer, W.Blum, H.Dietl, W.Koch, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger, W.Ochs and U.Stierlin, Phys. Letters 39 B, 563 (1972)
- 3) G.Grayer, B.Hyams, C.Jones, P.Weilhammer, W.Hoogland, T.Meyer, R.Poster, P.Schlein, W.Blum, H.Dietl, W.Koch, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger and U.Stierlin, Contribution to the XVI Int. Conf. on High Energy Physics, Batavia, Sept. 6-13 (1972)
- 4) G.Grayer, B.Hyams, C.Jones, P.Schlein, P.Weilhammer, W.Blum, H.Dietl, W.Koch, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger, W.Ochs and U.Stierlin, Invited talk by E.Lorenz at the Int. Conf. on Pi-Pi Scattering and Associated Topics, Tallahassee, Florida (1973)
- 5) B.Hyams, C.Jones, P.Weilhammer, W.Blum, H.Dietl, G.Grayer, W.Koch, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger and U.Stierlin, Nucl. Phys. B 73, 202 (1974)
- 6) G.Grayer, B.Hyams, C.Jones, P.Schlein, P.Weilhammer, W.Blum, H.Dietl, W.Koch, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger, W.Ochs and U.Stierlin, Nucl. Phys. B 75, 189 (1974)
- 7) W.Hoogland, G.Grayer, B.Hyams, C.Jones, P.Weilhammer, W.Blum, H.Dietl, W.Koch, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger and U.Stierlin, subm. to Phys. Letters
- 8) F.J.Dyson, Phys. Rev. 99, 1037 (1955)

- 9) C.Goebel, Phys. Rev. Letters 1, 337 (1958)
- 10) G.F.Chew and F.E.Low, Phys. Rev. 113, 1640 (1959)
- 11) D.B.Lichtenberg, "Meson and Baryon Spectroscopy", Springer Verlag, New York (1965)
- 12) L.Montanet, Proc. of the Symposium on Nucleon-Antinucleon Annihilations, Chexbres, 27-29 March (1972), CERN - H/503-3000-juin 1972
- 13) J.W.Andrews, N.N.Biswas, N.M.Cason, I.Derado, V.P.Kenney, J.A.Poirier and W.D.Shephard, Phys. Rev. 163, 1502 (1967)
- 14) H.H.Williams, Ph.D. Dissertation, SLAC-142 UC-34 (EXP)
- 15) R.Diebold, Proc. 16th Int. Conf. on High Energy Physics, Batavia, 1972 (NAL, Chicago-Batavia, 1972), Vol.3 p.67
- 16) E.Bracci, J.P.Droulez, E.Flaminio, J.D.Hansen and D.R.O. Morrison, CERN - H/509-2000-juillet 1972
- 17) E.Braunesreuther, CERN Internal Report MSC/PR/689 (1970)
- 18) G.Grayer, B.Hyams, C.Jones, W.Blum, H.Dietl, W.Koch, E. Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger, U.Stierlin and P.Weilhammer, Nucl. Instr. and Methods 99, 579 (1972)
- 19) H.Utzat and P.Weissbach, Internal Report MPI-PAE/Exp.E1-101, Munich MPI
- 20) G.Grayer, B.Hyams, C.Jones, P.Weilhammer, W.Blum, H.Dietl, W.Koch, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger and U.Stierlin, "Construction and Performance of a Large Gas Čerenkov Hodoscope", Internal Report MPI-PAE/Exp.E1.-40, Munich MPI (1974)
- 21) B.Zacharov, Nucl. Instr. and Methods 33, 136 (1965)
- 22) T.A.Lasinski, A.Barbaro-Galtieri, R.L.Kelly, A.Rittenberg, A.H.Rosenfeld, T.G.Trippe, N.Barash-Schmidt, C.Bricman, V.Chaloupka, P.Söding, M.Roos, Rev. Mod. Phys. 45, No. 2 part II (April 1973)

- 23) B.Hyams, C.Jones, P.Weilhammer, W.Blum, H.Dietl, G.Grayer, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger, W.Ochs and U.Stierlin, subm. to Phys. Letters B (1974)
- 24) J.Alspector, K.J.Cohen, W.C.Harrison, B.Maglich, F.Sannes, D.Van Harlingen, G.Cvijanovich, M.Martin and J.Oostens, Phys. Rev. Letters 30, 511 (1973)
- 25) J.A.Gaidos, R.S.Dulude and R.L.McIlwain, Nucl. Phys. B 55, 29 (1973)
- 26) F.James and M.Roos, CERN Computer Program Library D506/516
- 27) G.Wolf, Phys. Rev. 182, 1538 (1969)
- 28) H.Pilkuhn, W.Schmidt, A.D.Martin, C.Michael, F.Steiner, B.R.Martin, M.M.Nagels and J.J.de Swart, Nucl. Phys. B 65, 460 (1973)
- 29) H.P.Dürr and H.Pilkuhn, Nuovo Cimento 40, 899 (1965) und Ref. 46
- 30) B.D.Hyams et al., Meson Spectroscopy, eds. C.Baltay and A.M.Rosenfeld (Columbia University Press N.Y., 1970), p. 41
- 31) P.Schlein, private Mitteilung und Z.Ming Ma, G.A.Smith, R.J.Sprafka, E.Colton and P.E.Schlein, Phys. Rev. Letters 23, 342 (1969)
- 32) W.R.Frazer, "Elementary Particles", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (1966)
- 33) R.Durbin, H.Loar and J.Steinberger, Phys. Rev. 84, 581 (1951)
D.L.Clark, A.Roberts and R.Wilson, Phys. Rev. 83, 649 (1951) and Phys. Rev. 85, 523 (1952)
W.F.Cartwright, C.Richman, M.Whitehead and H.Wilcox, Phys. Rev. 91, 677 (1953)

- 34) S.Flügge, "Lehrbuch der theoretischen Physik", Bd.IV, Springer-Verlag (1964), p.116 und Ref. 36
- 35) T.C.Bacon, I.Butterworth, R.J.Miller, J.J.Phelan, R.A. Donald, D.N.Edwards, D.Howard and R.S.Moore, Phys. Rev. 7 D, 579 (1973)
- 36) D.Cline, talk given at the ANL Workshop on Meson Spectroscopy, PRE 13771 C (1971) und darin enthaltene Referenzen
- 37) M.A.Mandelkern, R.R.Burns, P.E.Condon and J.Schultz, Phys. Rev. 4 D, 2658 (1971)
- 38) H.Nicholson, B.C.Barish, J.Pine, A.V.Tollestrup, J.K.Yoh, C.Delorme, F.Lobkowicz, A.C.Melissinos, Y.Nagashima, A.S.Carroll and R.H.Phillips, Phys. Rev. Letters 23, 603 (1969) and Phys. Rev. 7 D, 2572 (1973)
- 39) E.Eisenhandler, W.R.Gibson, C.Hojvat, P.I.P.Kalmus, L.C. Y.Lee Chi Kwong, T.W.Pritchard, E.C.Usher, D.T.Williams, M.Harrison, W.H.Range, M.A.R.Kemp, A.D.Rush, J.N.Woulds, G.T.J.Arnison, A.Astbury, D.P.Jones and A.S.L.Parsons, Phys. Letters 47 B, 531 (1973)
- 40) R.Bizzarri, P.Guidoni, F.Marzano, G.C.Moneti, P.Rossi, D.Zanello, E.Castelli and M.Sessa, Lettre al Nuovo Cimento 1, 749 (1969)
- 41) G.R.Lynch, P.Eberhard, G.R.Kalbfleisch, J.E.Lannutti, B. C. Maglic, J.B.Shafer, M.L.Stevenson and N.H.Xuong, Phys. Rev. 131, 1287 (1963)
- 42) T.Fields, W.A.Cooper, D.S.Rhines, J.Whitmore and W.W.M. Allison, Phys. Letters 40 B, 503 (1972)
- 43) J.W.Chapman, F.Hess, J.Lys, C.T.Murphy and J.C.Van der Velde, Phys. Rev. Letters 21, 1718 (1968)
- 44) W.M.Katz, B.Forman and T.Ferbel, Phys. Rev. Letters 19, 265 (1967)

- 45) V.Domingo, G.P.Fisher, L.Marshall Libby and R.Sears, Phys. Letters 25 B, 486 (1967)
- 46) H.Pilkuhn, "The Interactions of Hadrons", North-Holland Publishing Co., Amsterdam (1967)
- 47) M.Foster, Ph.Gavillet, G.Labrosse, L.Montanet, R.A.Salmeron, P.Villemoes, C.Chesqui re, E.Lillestol, Nucl. Phys. B 6, 107 (1968)
- 48) E.Bracci, J.P.Droulez, E.Flaminio, J.D.Hansen and D.R.O. Morrison, CERN - H/538-2000-juin 1973
- 49) J.Duboc, M.Goldberg, B.Makowski, A.M.Touchard, R.A.Donald, D.N.Edwards, J.Galletly and N.West, Nucl. Phys. B 46, 429 (1972)
- 50) P.K.Williams, Phys. Rev. D 1, 1312 (1970)
- 51) P.Baillon, F.Bulos, R.K.Carnegie, G.E.Fischer, F.E.Kluge, D.W.G.S.Leith, H.L.Lynch, B.Ratcliff, B.Richter, H.H. Williams and S.H.Williams, Phys. Letters 35 B, 453 (1972) und
G.Grayer, B.Hyams, C.Jones, P.Schlein, W.Blum, H.Dietl, W.Koch, E.Lorenz, G.Lütjens, W.Männer, J.Meissburger, W.Ochs, U.Stierlin and P.Weilhammer, Proc. Fourth Int. Conf. on High Energy Collisions, Oxford, 1972 (RHEL, Chilton, Didcot, Berks., 1972), Vol.2, p.26
- 52) W.Ochs and F.Wagner, Phys. Letters 44 B, 271 (1973)
- 53) G.F.Chew and J.Koplik, LBL-preprint, LBL-3015, subm. to Nucl. Phys. B (Mai 1974)
- 54) J.D.Jackson, Nuovo Cimento 34, 1644 (1964) und
F.von Hippel and C.Quigg, Phys. Rev. 5 D, 624 (1972)
- 55) A.Donnachie and P.R.Thomas, Lettre al Nuovo Cimento 7, 285 (1973), siehe auch Ref. 59

- 56) A.Brabson, G.Calvelli, S.Cittolin, P.De Guio, F.Gasparini, S.Limentani, P.Mittner, M.Posocco, L.Ventura, C.Voci, M.Crozon, A.Diaczek, R.Sidwell and J.Tocqueville, Phys. Letters 42 B, 283 and 287 (1972)
- 57) V.Chabaud, A.Eide, P.Lehmann, A.Lundby, S.Mukhin, J.Myrheim, C.Baglin, P.Briandet, P.Fleury, P.Carlson, E.Johansson, M.Davier, V.Gracco, R.Morand and D.Treille, Phys. Letters 41 B, 209 (1972)
- 58) D.Birnbaum, R.M.Edelstein, N.C.Hien, T.J.McMahon, J.F.Mucci, J.S.Russ, E.W.Anderson, E.J.Bleser, H.R.Blieden, G.B. Collins, P.Garelik, J.Menes and F.Turkot, Phys. Rev. Letters 23, 433 (1969)
- 59) J.F.Gunion, S.J.Brodsky and R.Blankenbecler, SLAC-PUB-1183 (Febr. 1973)
- 60) V.Barger and D.Cline, Phys. Letters 25 B, 415 (1967) und Ref. 57
- 61) G.Veneziano, Nuovo Cimento 57, 190 (1968) und C.Lovelace, Phys. Letters 28 B, 264 (1968)
- 62) R.Odorico, Phys. Letters 34 B, 65 (1971) und Phys. Letters 38 B, 411 (1972)
- 63) W.F.Baker, K.Berkelman, P.J.Carlson, G.P.Fisher, P.Fleury, D.Hartill, R.Kalbach, A.Lundby, S.Mukhin, R.Hierhaus, K.P.Pretzl and J.Woulds, Phys. Letters 28 B, 291 (1968) und weitere Referenzen siehe Ref. 39
- 64) V.Chabaud, A.Eide, P.Lehmann, A.Lundby, S.Mukhin, J.Myrheim, C.Baglin, P.Briandet, P.Fleury, P.Carlson, E.Johansson, M.Davier, V.Gracco, R.Morand and D.Treille, Phys. Letters 38 B, 441 (1972) und hierin angegebene Referenzen
- 65) V.Barger, F.Halzen and R.J.N.Phillips, Nucl. Phys. B 57, 401 (1973)

- 66) W.T.Eadie, D.Drijard, F.E.James, M.Roos and B.Sadoulet,
"Statistical Methods in Experimental Physics", North-
Holland Publ. Co., Amsterdam, London (1971)
- 67) W.Koch in "Analysis of Scattering and Decay", M.Nicolíć
edit., Gordon and Breach Science Publ., New York (1968)
- 68) G.Costa in "Analysis of Scattering and Decay", s. Ref. 67

L e b e n s l a u f

=====

Ich bin am 15.5.1942 als Sohn des Verwaltungangestellten Hermann Weißburger und seiner Frau Emma, geb. Grziwocz, in Freiburg/Brsg. geboren.

Von 1948 bis 1952 besuchte ich die Volksschule in Herbolzheim und in Freiburg, anschließend das neusprachliche Rotteck-Gymnasium in Freiburg, an dem ich 1961 die Reifeprüfung ablegte.

1961 begann ich mein Studium der Physik mit Nebenfach Mathematik an der Albert-Ludwigs-Universität in Freiburg. Bei Prof. Dr. Ch. Schlier fertigte ich eine Diplomarbeit über "Aufbau und Programmierung eines Prozeßrechners als automatisches Labormesssystem" an und schloß mein Studium 1968 mit der Diplomphysiker-Hauptprüfung ab.

Seit 1968 bin ich zunächst als Stipendiat, ab 1970 als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung experimentelle Hochenergiephysik des Max-Planck-Institutes für Physik in München beschäftigt.

D a n k s a g u n g

=====

Herrn Prof. Dr. H. P. Dürr und Herrn Dr. U. Stierlin danke ich herzlich für die Anregung und Unterstützung, die die Durchführung dieser Arbeit am Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik in München ermöglichte.

Den Mitgliedern der CERN-MPI München-Kollaboration, Herrn Dr. B. Hyams, Dr. C. Jones, Dr. P. Weilhammer, Dr. W. Blum, H. Dietl, Dr. G. Grayer, Dr. W. Koch, Dr. E. Lorenz, Dr. G. Lütjens, Dr. W. Männer und Dr. U. Stierlin danke ich für ihre Hilfsbereitschaft bei der Durchführung und Auswertung des Experimentes.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Dr. E. Lorenz für sein ständiges Interesse am Fortgang dieser Arbeit und für unzählige Anregungen und Diskussionen, die den Verlauf der Analyse wesentlich erleichterten und beeinflussten.

Frau C. Ponting (CERN) möchte ich für ihre wertvolle Hilfe bei der Ausführung der Zeichnungen herzlich danken.

